



Toupies en impression 3D au collège.
Un projet qui tourne depuis 4 ans déjà."

Georges Saliba,
Collège Aliénor d'Aquitaine,
Bordeaux



Les partenaires

- ▶ Ce projet s'inscrit dans le cadre des cordées de la réussite avec Bordeaux INP



- ▶ Il a été financé par le département de la Gironde



- ▶ Il s'inscrit dans le cadre de la labellisation CAP ingénieuse de la CDEFI en partenariat avec l'ENSEIRB-MATMECA pour le projet « Le numérique, c'est aussi pour les filles ! »



Plan de l'atelier

- ▶ Quelles sont les toupies que nous avons choisi de créer en impression 3D ?
- ▶ Que signifie fabriquer la meilleure toupie possible ?
- ▶ Quelles sont les questions qui ont guidé notre recherche ?
- ▶ Quelles sont les questions qui n'ont pas encore été traitées ?

Quelques chiffres

- ▶ 4 ans
- ▶ 55 élèves y participent chaque année
- ▶ 26 toupies produites par an
- ▶ La dernière génération a atteint les 100 secondes de rotation

Aucune intervention humaine dans le choix des toupies d'une génération à l'autre !

Comment est-ce possible ?

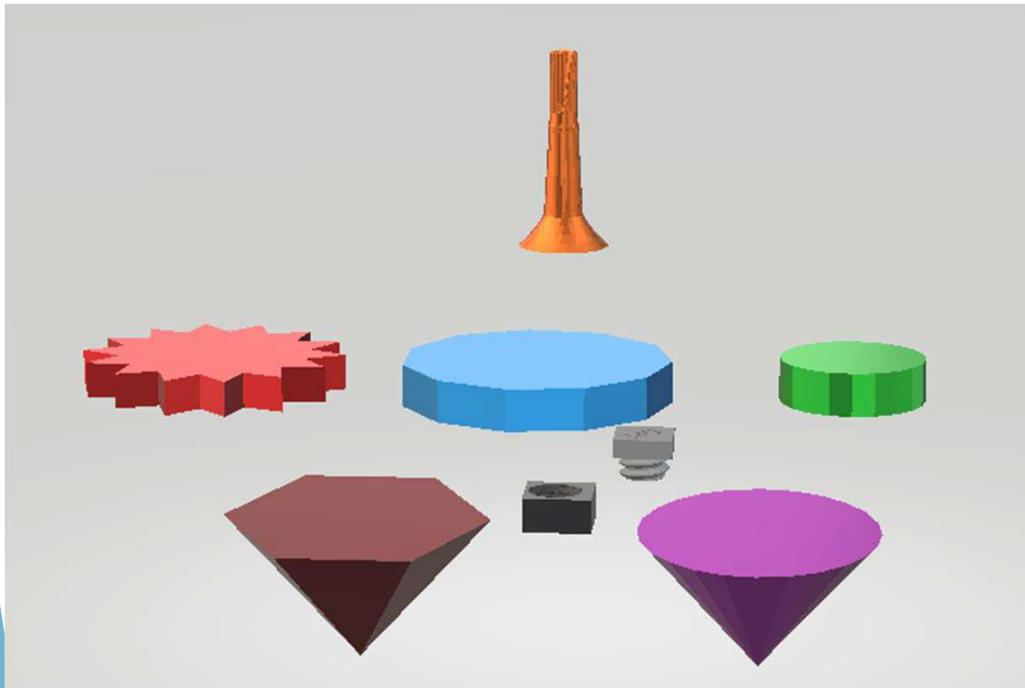


Quelles sont les toupies que nous avons choisi de créer en impression 3D ?

- ▶ Matériel : une ou plusieurs toupies et des fiches élèves
 - ▶ « La nomenclature des toupies »
 - ▶ « Ma toupie »
- ▶ Vous disposez de toupies à vous de les identifier et de les nommer correctement.
- ▶ Instruments : règles, compas, pied à coulisse.
Pouvez-vous donner une approximation du nombre de toupies que l'on peut choisir ?

Quelles sont les toupies que nous avons choisi de créer en impression 3D ?

La famille des toupies



Notre vocabulaire

- ▶ **Une tige** pour les lancer
- ▶ **Un corps** dans 3 familles de solides,
 - ▶ Prismes droits à base régulière
 - ▶ Cylindre
 - ▶ Prisme à base étoilée
- ▶ **Les pointes**
 - ▶ Cônes
 - ▶ Pyramides à base régulières

- Pour le montage, une vis et un pas de vis

La transition d'une génération à l'autre

- ▶ Les premiers participants au projet ont eu le choix de leurs toupies.
- ▶ Ils ont laissé un message à la générations suivantes



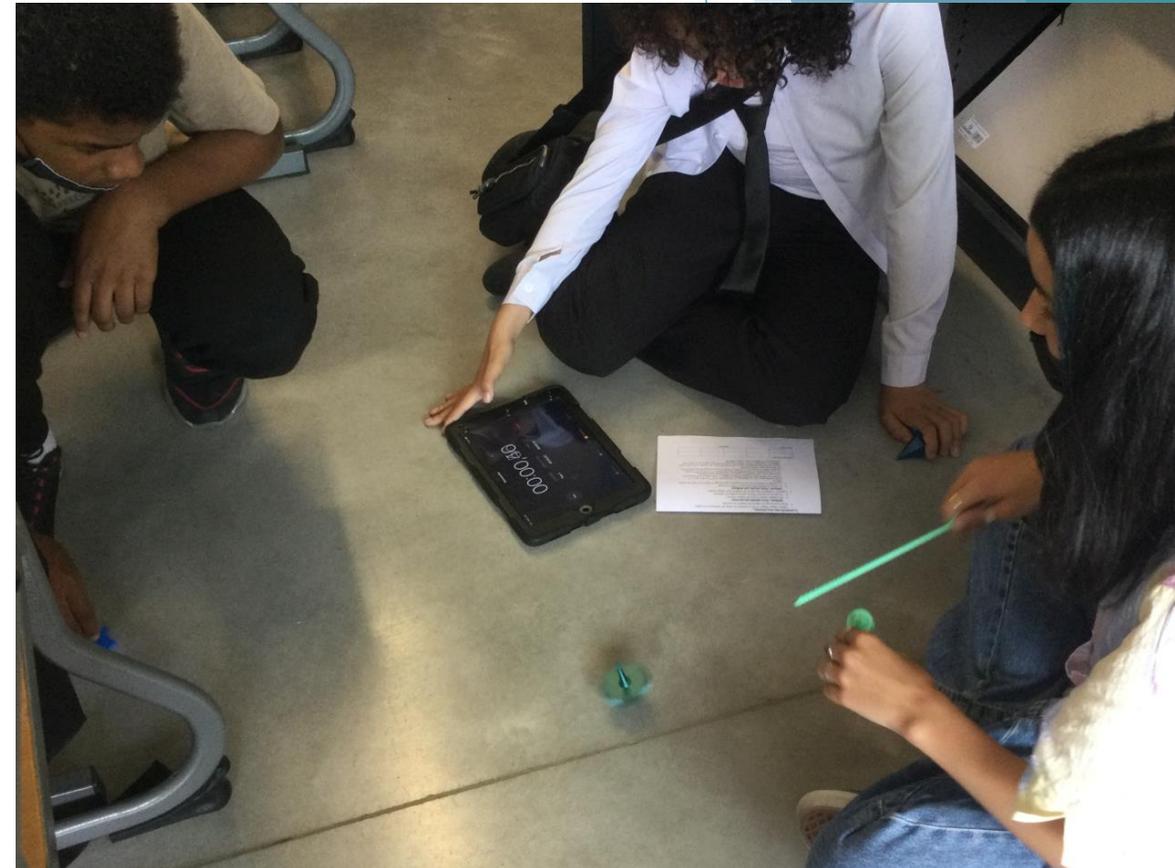
La transition d'une génération à l'autre

- ▶ C'est quoi une bonne toupie ?
- ▶ Quel protocole ?
 - ▶ Quelles sont vos propositions à la fois pour déterminer ce qu'est une bonne toupie et comment le décider collectivement

La transition d'une génération à l'autre

- ▶ C'est quoi une bonne toupie ?
- ▶ Quel protocole ?

- ▶ Un choix collectif avec les élèves de la première génération
 - ▶ Document élève



Les résultats de la première génération

Prénom	Pointe	Corps	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	médiane	moyenne	classement
Waeil - Enzo	P8-48-5	F8-48-6	31	29	28	28	27	26	26	26	26	21	26,5	26,8	
Alexandre-Joao	P4-54-28	F6-68-20	9	13	15	15,4	18	13,47	15,17	15,77	16,88	18	15,285	14,969	
Titouan	P7-55-25	E4-60-5	12,95	13,47	12,69	12,09	11,35	5	10,7	12,1	9,34	9,39	11,72	10,91	
Calixte	P7-62-15	E30-80-10	9,16	9,61	9,68	9,75	9,83	9,91	10,05	10,14	10,44	10,51	9,87	9,908	
Samy - Lydia	P7-45-25	E6-76-5	7,77	10,27		6,18	8,74	7,81	11,92	10,19	8,625	8,055	8,625	8,84	
Aysu	P8-60-30	E9-100-10	7,09	7,18	7,39	7,63	7,65	7,7	7,78	7,95	8,09	8,47	7,675	7,69	
Marilou	P7-47-30	E5-40-4	9,16	10,6	7,16	6,93	4,75	6,04	4,22	5,22	6,23	6,2	6,215	6,65	
Lila	P7-35-25	E30-40-5	5,83	6,08	7,23	5,16	7,37	7,91	7,2	6,37	6,4	5,96	6,385	6,55	
Angelina	P8-46-28	E8-76-5	6,31	5,76	5,13	6,08	4,72	5,06	6,68	5,24	6,65	6,68	5,92	5,831	
Noémie - Lisa verte	P6-41-20	E10-52-4	6	6	5	7	6	6	4	6	6	6	6	5,8	
Malena - Alice	C-44-30	E14-50-05	4,78	5,51	5,14	5,9	4,96	4,75	5,5	5	5	6,57	5,07	5,311	
Matteo	C-25-20	E-4-55-5	5,17	5,06	4,38	4,61	4,63	4,45	3,77	4,47	5,24	4,36	4,54	4,61	
Coline-Amina	P6-40-30	E18-50-3	1,69	1,88	3,54	3,75	4,4	4,51	4,6	5,53	5,75	10,12	4,455	4,577	
Diane	P8-42-25	E6-60-7	4,05	4,92	3,93	3,08	4,21	3,06	4,94	5,4	4,77	4,51	4,36	4,29	
Nicole	P7-38-30	E18-42-3	5,62	3	5,78	4,53	2,12	2,61	3,95	4,62	4,85	4,22	4,375	4,13	
Cameron	P4-40-20	E5-38-7	3,71	4,11	2,29	4,75	4,53	4,19	5,04	3,32	4,38	2,88	4,15	3,92	
cyril	P6-38-40	E10-35-3	3,04	3,98	2,9	4,66	3,4	3,83	4,2	3,71	4,41	5,06	3,91	3,92	
Abderahmene - Axel	P7-42-26	E10-69-6	4,31	4,52	3,92	3,7	3,07	2,78	3,4	4,06	2,61	3,2	3,55	3,56	
Erwan	C-28-18	E10-40-7	2,59	3,43	3,94	3,75	3,27	3	3,8	3,73	3,88	3,52	3,625	3,491	
Stomy-Noah	P7-40-25	E8-60-5	3,06	2,84	3,43	2,49	2,81	3,02	3,19	3,17	2,82	3,1	3,04	3	
TOUAFRI Adele	C-25-18	E6-32-9	2,85	2,79	3,66	3,38	2,5	2,1	2,07	1,75	1,81	1,75	2,3	2,47	
Aëlita - Trissa	P7-40-36	E9-56-6	1,54	2,02	2,07	2,32	2,39	2,5	2,56	2,59	2,68	3,49	2,44	2,42	
Lys	P5-34-21	E6-27-10	1,54	2,02	2,07	2,32	2,39	2,5	2,56	2,07	2,59	3,49	2,355	2,355	
Jeanne	P6-33-40	E12-43-5	1,7	1,79	2,9	1,87	2,89	2,79	1,86	1,38	2,56	1,53	1,865	2,13	

A vous de classer la dernière génération

eleve	donnees									moyenn e	moyenn rang	moyenn e	max	min	etendue		
othilie	19,2	19,42	20,3	21	21	21	21,22	20	21	21	20,6	11	20,6	21,45	19,2	2,25	21,085
mariam_lnaya	42,15	40,81	39	38	37	39	40,45	41	42	43	40,2	4	40,2	42,76	36,77	5,99	40,63
maelys	67,22	85,35	37	91	97	51	106,1	87	78	86	84,6	1	78,5	106,13	37	69,13	85,59
edgar_razija	43,54	43	42,8	48	44	44	39,7	40	41	43	26	9	42,9	47,52	39,7	7,82	43,21
solal	21,01	21,71	19,6	22	22	21	21,75	27	23	28	22,7	10	22,7	28,32	19,64	8,68	21,73
joakim_angel	26,33	26,73	28,1	29	30	26	26,8	30	30	28	28,1	8	28,1	30,31	25,8	4,51	28,04
etienne	29,31	35,54	34,8	30	42	37	45,94	38	39	40	37,2	5	37,2	45,94	29,31	16,63	37,415
noah_gabriel	73,84	74,93	74	82	86	75	80,29	74	78	88	78,6	2	78,6	88,12	73,84	14,28	76,66
alban	70	80	65	86	73	84	88	84	58	71	75,3	3	75,9	88	58	30	76,5
rama	12,86	17,7	15,5	19	18	21	18,08	17	17	19	28,2	7	17,5	21,16	12,86	8,3	17,69
alice_aminetu	15,91	11,34	17,9	12	15	9,7	18,59	15	19	20	15,3	13	15,3	19,61	9,65	9,96	15,395
ilias_hadj	12	16	11	12	36	37					18,7	12	20,7	37	11	26	14,03
genadi	30,5	38	35,8	82	38	32	40,6	32	39	31	34,9	6	39,9	82	30,5	51,5	36,875
										moyenn e	moyenn rang		max	min	etendue		mediane
johanes_henry	12	12	12	12	14	10	12	12	12	12	12	12	12	14	10		
louise_nina	61	60,12	57	55	54	54	53,41	54	51	47	54,5	2	54,6	61	47,44	13,56	
ila_mona	18,66	25,56	19,2	23	20	21	21,5	21	22	25	21,5	10	21,6	25,56	18,66	6,9	
taylor	29,42	32,71	28,8	25	29	33	30	32	28	36	28,5	8	30,4	36	25	11	
Anouck_lise	52,54	53,19	56,4	58	55	46	41,91	50	44	50	51,2	3	50,7	58,25	41,91	16,34	
zelie_prosper	40,92	42,9	42,4	40	41	45	46,18	48	40	51	43,7	5	43,7	51,2	39,67	11,53	
anya_rock	24,62	25,87	29,9	28	29	38	26,11	35	36	35	30,7	7	30,7	37,55	24,62	12,93	
elijah_cleo	9,94	8,49	8,63	8,3	8,4	8,4	8,6	9	8,5	9	8,61	13	8,71	9,94	8,29	1,65	
mohamed_diego	42	50	55	52	64	64	60	64	60	58	56,9	1	56,9	64	42	22	
ines_tenenushka	18	18,6	18,8	20	20	19	20,02	19	21	20	19,5	11	19,4	20,53	18	2,53	
marin	28	21	20,8	32	24	24	26	29	29	23	26,2	9	25,6	32	20,82	11,18	
noel_matt	38	35	36	37	36	36	35	38	36	37	37	6	36,4	38	35	3	
daniel_krasimira	54,87	54,02	46,8	60	44	52	32	44	55	60	50,7	4	50,2	60	32	28	

La transition d'une génération à l'autre

- Interpréter les indicateurs statistiques pour décider du classement

Au moins la moitié des lancers donnant un temps

clatune	moeynne	médiane	classeme	étendue	min	max
-10-C-27-40	7,9	8			2,8	9,8
6-P7-27,5-25	31,9	31,3	4	7,7	29,2	36,9
6-P7-29-12	61,2	60,5	1	24	50	74
5-P8-24-52	3,6	3,5		1,7	2,8	4,5
5-P6-17,5-25	5,6	5,43		1,75	5,02	6,77
6-10-P8-23-10	22,3	23	7	8,73	16,97	25,7
5-5-P6-30-30	21,8	23,87	8	10,12	15,31	25,43
9-P8-24-7	32,8	30,765	5	13,9	26,96	40,82
4-5-P7-17,5-25	9,3	10,25		15,33	3,11	18,44
12-P7-12-27	9,4	15,36		4,32	8,31	12,63
5-P4-34,5-28	pas de données pas de toupie					
	27	27,22	6	5,3	25,85	31,1
3-9-P7-22,5-20	12,8	12,2		3,9	11,22	15,12
5-P8-30-30	16,9	18,3	8	7,01	15,69	22,7
5-5-P8-23-20	8,1	7,4		1,7	7,4	9,1
3-5-P7-27,5-15	14,5	14,48	14	4,52	11,98	16,5
5-C-25-26	14,8	22,77	14?	7,51	10,81	18,32
10-P8-22,5-19	16,2	16,475	10?	3,18	14,5	17,68
6-P7-24-5	59,7	58,1	2	25,07	46,93	72
10-P8-31-15	15,8	16,065	11?	3,89	12,94	16,83
5-P8-35-30	15,8	13,64	12?	19,34	11,12	30,46
7-P8-30-30	8,5	8,7		5	5	10

plus régulière : Jeanne

meilleure perf

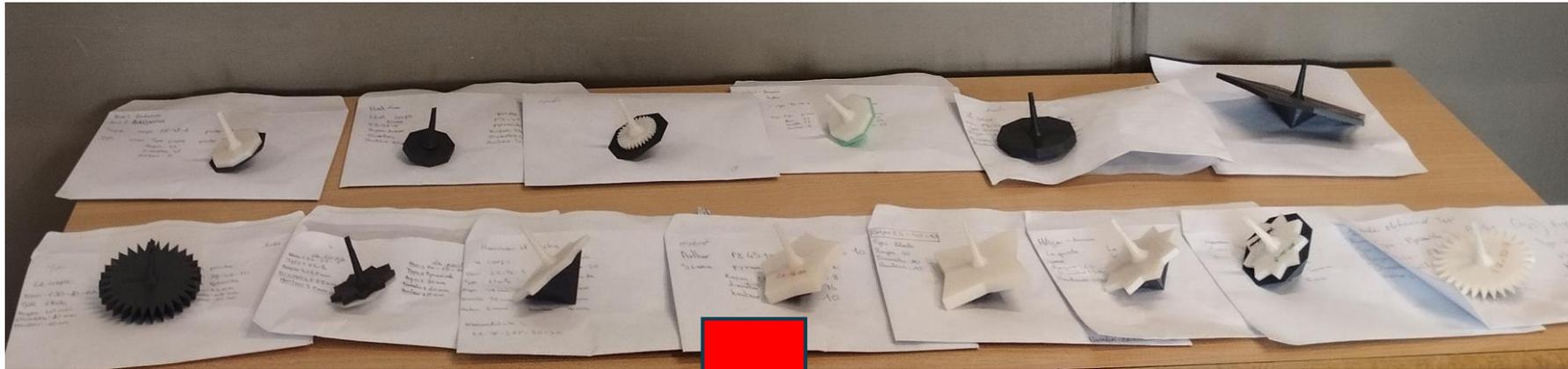
La médiane est une valeur centrale elle ne peut pas être plus grande que le max

Le classement des élèves pour la dernière génération



La transition d'une génération à l'autre

Quel algorithme ?



La transition d'une génération à l'autre

Quel algorithme ?

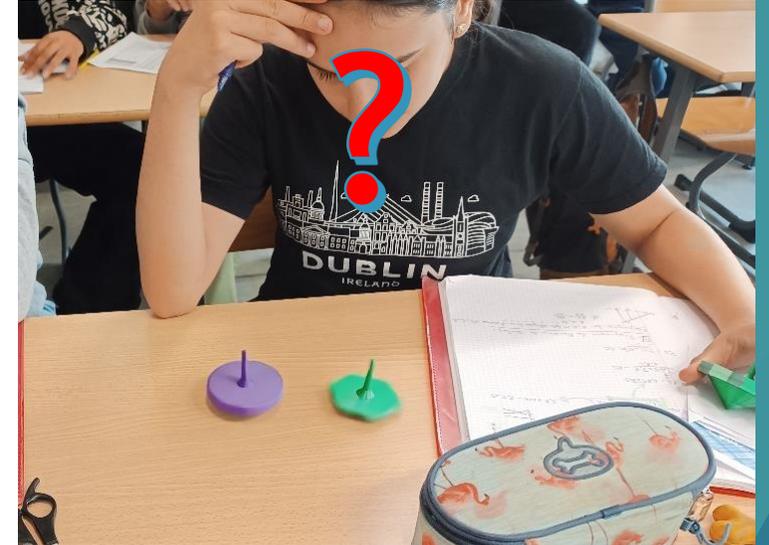
- ▶ Un algorithme génétique :
 - ▶ Deux parents se reproduisent
On mélange leur ADN
On parle de **croisement**
 - ▶ Des **mutations** s'opèrent
- ▶ Le rôle de l'aléatoire pour
 - ▶ Choisir les parents
 - ▶ Décider du croisement
 - ▶ Décider des mutations
- ▶ Matériel : algorithme génétique

Résultats pour la seconde génération

Parent 1 pointe	Parent 1 corps	Parent 2 pointe	parent2 corps	Enfant 1 pointe	Enfant 1 corps	Enfant 2 pointe	Enfant 2 corps
C-25-20	E4-55-5	P7-45-25	E6-76-5	C-25-25	E6-76-5	P7-45-20	E4-55-5
P8-46-28	C-25-20	E-4-55-5	E-8-76-5	P-8-46-20	E4-55-5	C-25-26	E-8-76-5
P8-48-5	F8-48-6	P7-62-15	E30-80-10	P8-62-15	e30-80-10	P7-48-5	F8-48-6
P8-48-5	E8-48-6	P8-60-30	E6-76-5	P8-60-30	E6-76-5	P8-60-30	E8-48-7
P7-62-15	E30-80-10	P7-45-25	E6-76-5	P7-55-15	E30-80-5	P8-45-19	E5-76-10
P8-60-30	E9-100-10	P7-55-25	E4-60-5	P8-70-33	E9-60-5	P7-64-50	E4-100-10
P6-41-20	E10-52-4	P7-55-25	E4-60-5	P6-41-20	E10-39-5	P7-55-25	E4-77-5
P7-47-30	E5-40-4	P7-45-25	E6-76-5	P7-47-25	E6-90-5	P7-45-30	E7-40-4
P7-35-25	E30-40-25	P7-35-25	F8-48-6	P7-24-27	E8-19-12	P8-24-7	F9-37-9
C-44-30	E14-50-5	P7-62-15	E30-80-10	c-54-40	E32-80-10		
C-25-20	E4-55-5	P4-54-28	F6-68-20	C-37-20	E4-68-20	P4-69-28	F6-68-5
P7-35-25	E30-40-5	P6-41-20	E10-52-4	P7-35-25	E12-50-4	P6-35-25	E30-46-5
P8-48-5	F8-48-6	P7-55-25	E4-60-5	P8-48-5	E4-60-5	P7-55-25	F8-48-6
P7-62-12	E30-80-10	P8-48-5	F8-48-6	P7-58-12	F8-48-6	P8-46-5	E30-80-10
P8-60-30	E9-100-10	C-25-20	E4-55-5	P6-60-30	E9-55-5	C-25-20	E6-100-10
P8-46-28	E8-76-5	C-25-20	E4-55-5	P6-34-28	E8-55-5	P6-13-20	E8-76-5

Les nouvelles questions à l'étude

- H1 : La hauteur de la pointe a une influence sur la performance, plus elle est basse plus elle tourne longtemps.
- H2 : Plus l'angle de la pointe est petit plus la toupie est performante.
- H3 : Les corps en forme d'étoile sont moins aérodynamiques donc moins performants que les corps en forme de prisme non étoilés.
- H4 : La taille du corps change les performances de la toupie.



Avec toutes les données que nous avons, quelles sont vos propositions pour étudier ces questions ?

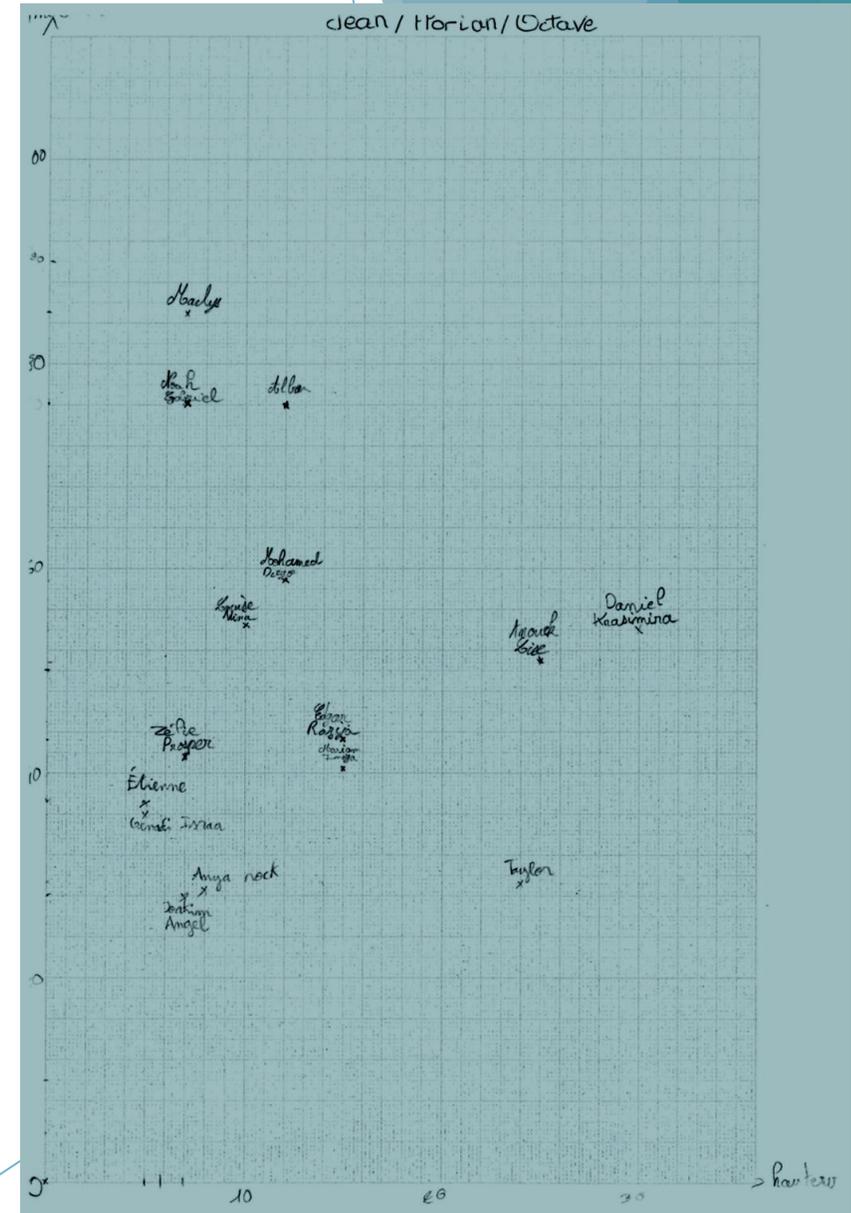
H1 : La hauteur de la pointe a une influence sur la performance, plus elle est basse plus elle tourne longtemps.

H1 : La hauteur de la pointe a une influence sur la performance, plus elle est basse plus elle tourne longtemps.

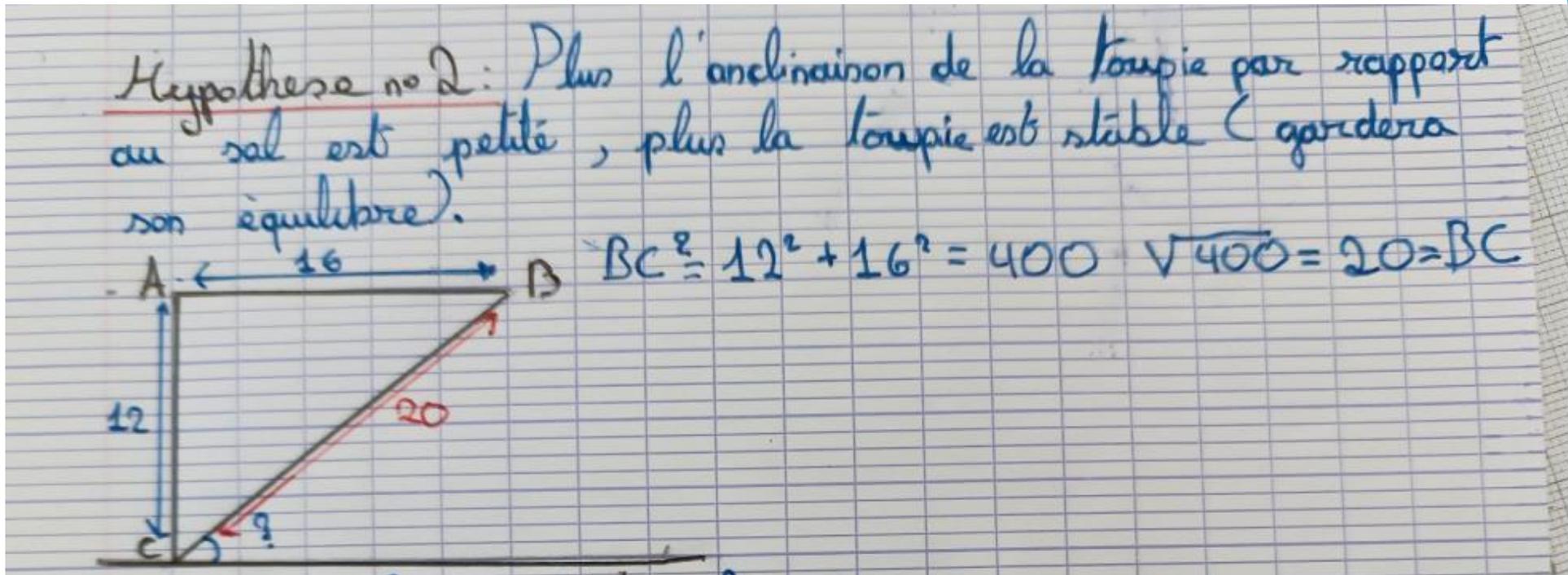
Les élèves des classes de 6^E3 et 6^E4 nous ont aidés. Ils ont produit les graphiques des performances moyennes et des performances médianes en fonction de la hauteur des pointes des toupies.

Cela a permis aux élèves de 4^{ème} de raffiner leur hypothèse et de décider que la hauteur optimale de la pointe d'une toupie performante était comprise entre 5mm et 13 mm.

- ▶ Ils ont réduit la recherche à 9 hauteurs distinctes (La hauteur étant un nombre entier de mm).



H2 : Plus l'angle de la pointe est petit plus la toupie est performante.



H2 : Plus l'angle de la pointe est petit plus la toupie est performante.

Pourquoi avoir regardé le rapport $\frac{R}{h}$?

Lorsque l'on observe une coupe verticale de la pointe, on obtient un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit ont pour mesure R et h.

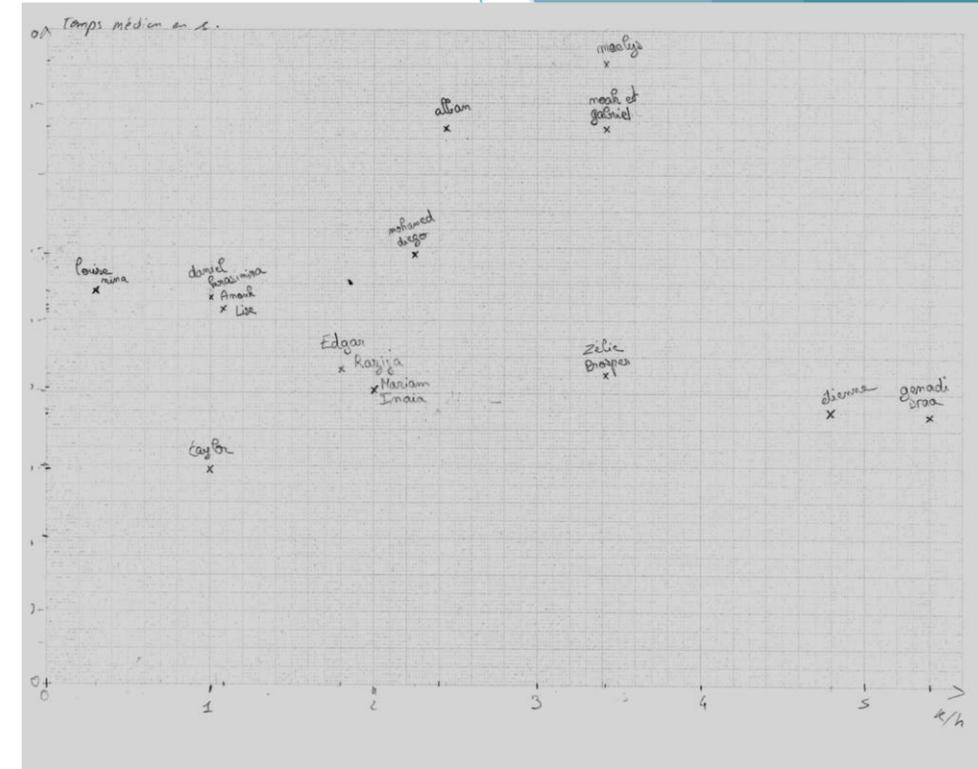
- A l'aide du théorème de Pythagore, nous connaissons les 3 longueurs du triangle.
- Les cas d'égalités des triangles nous permettent donc de savoir que nous connaissons parfaitement ce triangle puisqu'il est unique.
- A l'aide des triangles semblables, nous pouvons construire le triangle rectangle semblable à celui qui est donné par le couple (R, h) qui a pour hauteur 1. C'est le triangle qui est caractérisé par le couple $\left(\frac{R}{h}, 1\right)$
- Celui-ci placé dans un quart de cercle trigonométrique va nous permettre de faire correspondre un unique angle aigu à ce rapport $\frac{R}{h}$.

H2 : Plus l'angle de la pointe est petit plus la toupie est performante.

Les élèves de 6^{ème} nous ont encore une fois fournie une représentation de nos données mais cette fois ils ont représenté la performance moyenne et la performance médiane de nos toupies en fonction du

$$\text{rapport } \frac{R}{h} = \frac{\text{Rayon de la pointe}}{\text{Hauteur de la pointe}}$$

- Le nuage de points ainsi obtenu nous donne un rapport optimal compris entre 2,2 et 3,5 par lecture graphique.



H3 : Les corps en forme d'étoile sont moins aérodynamiques donc moins performants que les corps en forme de prisme non étoilés.

- ▶ Comment le vérifier à l'aide du matériel dont vous disposez ?
- ▶ Quelles sont les contraintes ?
- ▶ Quelles autres informations doit-on considérer ?

H4 : La taille du corps change les performances de la toupie.

- ▶ Quel protocole pour cette hypothèse ?

Liens et ressources

- ▶ Pour les formes : openSCAD
- ▶ Pour le montage : tinkercad
- ▶ Pour le linceur à imprimer : <https://www.thingiverse.com/thing:1326834>
- ▶ <http://saliba.maths.free.fr/index.php/projet-toupie-en-impression-3d/>
- ▶ Contact : georges.saliba@gmail.com

Merci pour votre participation !