Etudiez les exercices ci-dessous en vous posant, par exemple, les questions suivantes :
- à quel niveau d'enseignement peut-il être proposé ?
- à quel moment le poseriez-vous (introduction ou application) ?
- feriez-vous des modifications d'énoncé ?
- quelles sont les difficultés ou réponses attendues ?
- quels prolongements possibles ?

• ○ • ○ •

Exercice 1 Comparer les ensembles :

$$\{n \in \mathbb{N} \mid 2^n = 1\} \quad ; \quad \left\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \leqslant 0\right\} \quad ; \quad \left\{a + b\ ,\ (a, b) \in \mathbb{R}^2 \text{ et } a = -b\right\}.$$

• ○ • ○ •

Exercice 2 Le plan $\mathcal{P}$ est muni d'un repère. Soient les ensembles $D = \{M(x, y) \in \mathcal{P} \mid y = 2x + 1\}$ et $D_1 = \{M(t, 2t + 1) \in \mathcal{P}\ ,\ t \in \mathbb{R}\}$, montrer que $D = D_1$.

• ○ • ○ •

Exercice 3 Soit la suite (u_n) définie par : pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_{n+1} = 1 - \dfrac{1}{u_n}$ et $u_0 = 2$.

On considère les deux ensembles $V = \left\{-1, \frac{1}{2}, 2\right\}$ et $E = \{u_n\ ,\ n \in \mathbb{N}\}$.

1. Prouver que $V = E$.
2. Que traduit l'égalité $V = E$ pour les termes de la suite (u_n) ?

• ○ • ○ •

Exercice 4 $z_n = |z_n|\mathrm{e}^{n\mathrm{i}\frac{\pi}{6}}$ d'image A_n avec $n \in \mathbb{N}$.
Déterminer les valeurs de n pour lesquelles A_n est un point de l'axe des imaginaires.

• ○ • ○ •

Exercice 5 Justifier que les deux systèmes ci-dessous définissent deux droites de $\mathbb{R}^3$

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 2 \\ 3x - 2y - z = 5 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x - 5y + 3z = -4 \\ x + 4y + 6z = 0 \end{cases}$$

Ces droites sont-elles sécantes ?

• ○ • ○ •

Quelques exemples d'autres parties du programme où les ensembles arrivent naturellement : résolutions d'équations et d'inéquations, domaines de définition de fonctions et, au niveau post-bac, injectivité, surjectivité, espaces vectoriels.