Gérer le signe « - » devant des parenthèses

Ce travail trouve sa place en seconde quand on démarre le travail sur le calcul littéral

Étape 1 :

a, b, x et t sont des réels quelconques,
Quel est le signe de $-x$?
Quel est le signe de $-3t^2$?
Quel est le signe de $2(-a)^2$?
Quel est le signe de $-2\times(-x)$?
Quel est le signe de $-5\times(-t)^2$?
Quel est le signe de $-(-2a)^2$?
Quel est le signe de $-(x-3)^2$?
Quel est le signe de $\frac{-x^2}{-3}$?
Quel est le signe de $\frac{-a^2}{6}$?
Quel est le signe de $\frac{a^2}{-6}$?

Ce premier exercice permet de travailler le signe du carré d'un nombre. En seconde, le fait que le carré d'un nombre est positif est loin d'être acquis par tous.
On en profite aussi pour rappeler la règle des signes d'un quotient et d'un produit.
Il permet aussi de mettre en avant que lorsque x désigne un réel, $-x$ est un nombre qui peut être négatif ou positif. C'est l'occasion de rappeler que $-x$ désigne l'opposé de x. On a ainsi $-x+x=0$.
On fait reformuler la définition de l'opposé et on travaille le statut du signe « - »: opposé ou différence.
On peut utiliser la calculatrice pour aider à la distinction de ces deux statuts notamment la TI qui y oblige.
Les deux dernières questions permettent de rappeler que $\frac{-a^2}{6}=\frac{a^2}{-6}=\frac{-a^2}{6}$.

Étape 2 : opposé d'un produit, d'une somme, d'une différence

1. a, b, x et t sont des réels quelconques,
Compléter :
l'opposé de $-4\times t$ est ….
l'opposé de $4+t$ est ….
l'opposé de $4-x$ est …..
l'opposé de $4\times(-a)$ est ….
l'opposé de x^2 est ….
l'opposé de $-3\times(-x)$ est …
l'opposé de $(-b)^2$ est …
l'opposé de $-x+2$ est …
l'opposé de $\frac{x}{-4}$ est …
l'opposé de $2(x+3)$ est …
l'opposé de $(x+1)^2$ est ...

Il s'agit de revenir à la définition de l'opposé .
$-4t+opp(-4t)=0$ *donc* $opp(-4t)=4t$ *alors que certains élèves pensent que l'opposé de* $-4t$ *est* $4\times(-t)$ *, or* $-4t=4\times(-t)$
On applique cette définition pour vérifier les différentes propositions.
Pour la dernière question, on obtient :
$2(x+3)+opp(2(x+3))=0$ *qui équivaut à* $2x+6+opp(2(x+3))=0$ *donc* $opp(2(x+3))=-2x-6$
De la même façon, on écrit $opp((x+1)^2)=-x^2-2x-1$ *.*

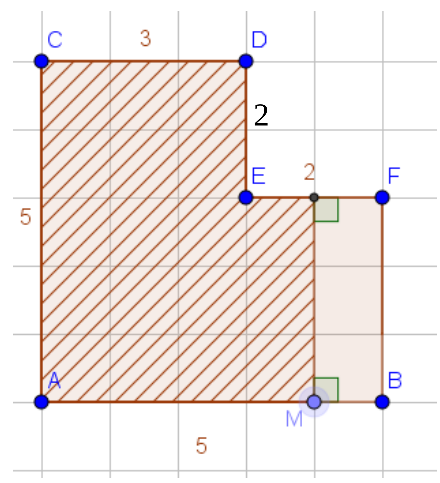
2. a et b sont deux réels
Quel est l'opposé de $a\times b$?
Quel est l'opposé de $a+b$?
$b\neq 0$, quel est l'opposé de $\frac{a}{b}$?
Quel est l'opposé de $a-b$?

cette exercice permet de faire le bilan suivant :

Pour tous réels a et b ,
l'opposé de $a+b$ est $-a-b$.
l'opposé de $a-b$ est $-a+b$.
l'opposé de $a\times b$ est $-a\times b$.
si de plus $b\neq 0$, l'opposé de $\frac{a}{b}$ est $\frac{-a}{b}$.

Étape 3 : à quoi ça sert ?

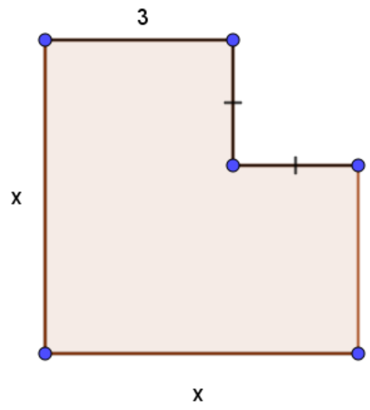
Exercice 1 :

Sur la figure ci-contre les segment [AB] et [AC] mesurent 5 cm. Le point M est mobile sur le segment [AB]tel que $AM\geqslant 3$ on note x la longueur AM. Exprimer l'aire du pentagone hachuré de deux façons différentes.	

On obtient $5x-2(x-3)$ *ou* $15+3(x-3)$ *. On réduit les deux expressions pour vérifier que l'on obtient bien le même résultat. C'est l'occasion de réinvestir l'étape 2.*
En effet par définition , soustraire un nombre c'est ajouter son opposé
on a donc $5x-2(x-3)=5x+opp(2(x-3))=5x-2x+6=3x+6$
et $15+3(x-3)=15+3x-9=3x+6$ *.*
Certains élèves disent : $5x-2(x-3)=5x+(-2)(x-3)=5x-2x+(-2)(-3)=3x+6$ *.*

Exercice 2

1. Calculer de deux façons différentes l'aire du pentagone.
2. déterminer x pour que cette aire soit égale à 7 cm².



L'aire du pentagone peut être obtenue en calculant :

- $3x+3(x-3)=6x-9$
- $x^2-(x-3)^2=x^2-(x^2-6x+9)=x^2-x^2+6x-9=6x-9$

Il s'agit donc de résoudre $6x-9=16$.

Exercice 3

Algorithme 1	**Algorithme 2**
A ← X **B ← X+3** **C ← B²-A²** **Afficher C**	**A ← X+1** **B ← X+2** **C ← B²-A²** **Afficher C**

1. Que renvoient les deux algorithmes pour X=2 ? X=-5 ? X=1,2 ? X=-2,5 ? Quelle conjecture peut-on faire ?
2. Démontrer la conjecture.