

Une autre approche de la géométrie en sixième et au cycle 3

Propositions et étude de restaurations de figure, résolutions de problèmes en géométrie, pour aborder les différents thèmes du programme.

Comment "voir, agir et parler" en classe de géométrie ?

Usage géométrique des instruments.

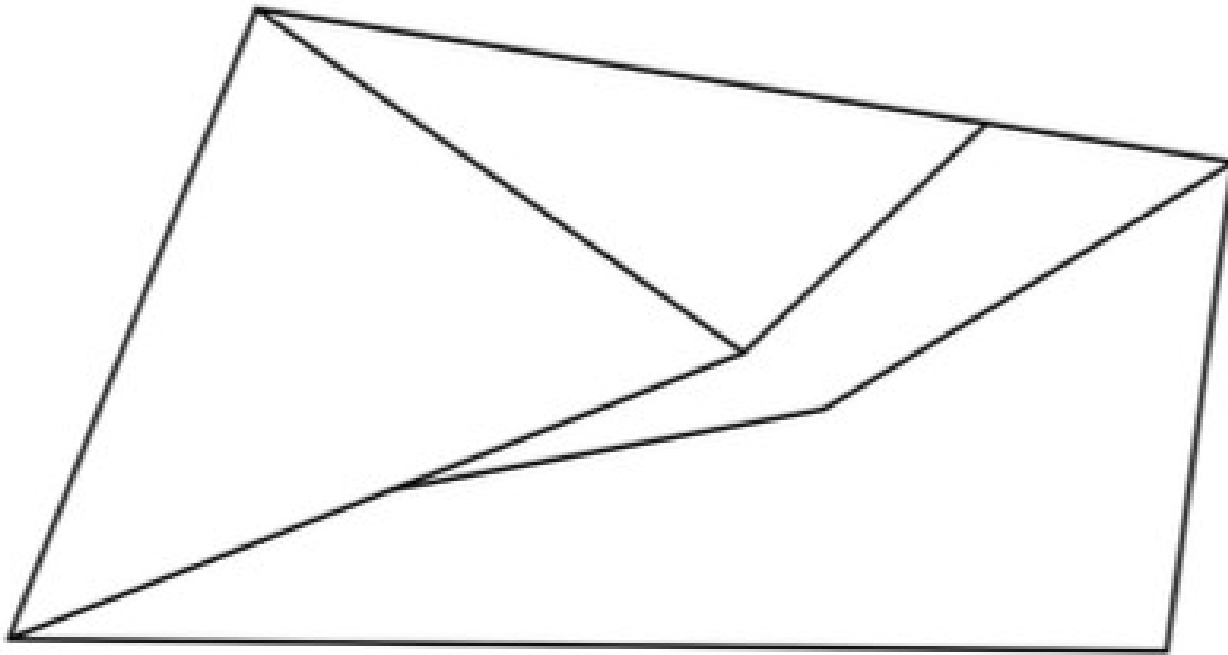


Groupe didactique, Irem d'Aquitaine
Journée de l'Irem, 22 novembre 2023

Plan de l'atelier

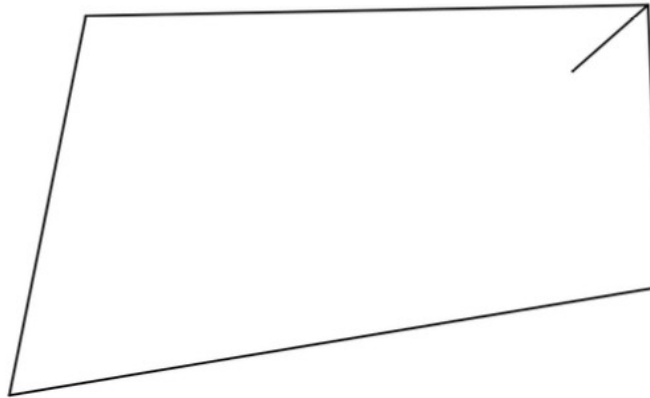
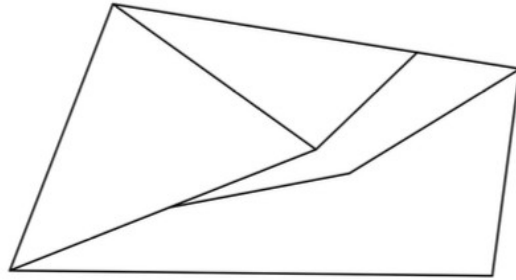
- Une restauration pour démarrer : différentes façons de voir une figure, généralités sur les restaurations de figure, usage des instruments.
- Mise en situation sur une deuxième restauration : un nouvel instrument, introduction d'un coût sur l'usage des instruments, un prolongement.
- Mise en situation sur une troisième restauration : un autre thème du programme, déconstruction de l'angle droit, usage du gabarit d'angle droit, de l'équerre.
- Conclusion

Que voyez-vous ?



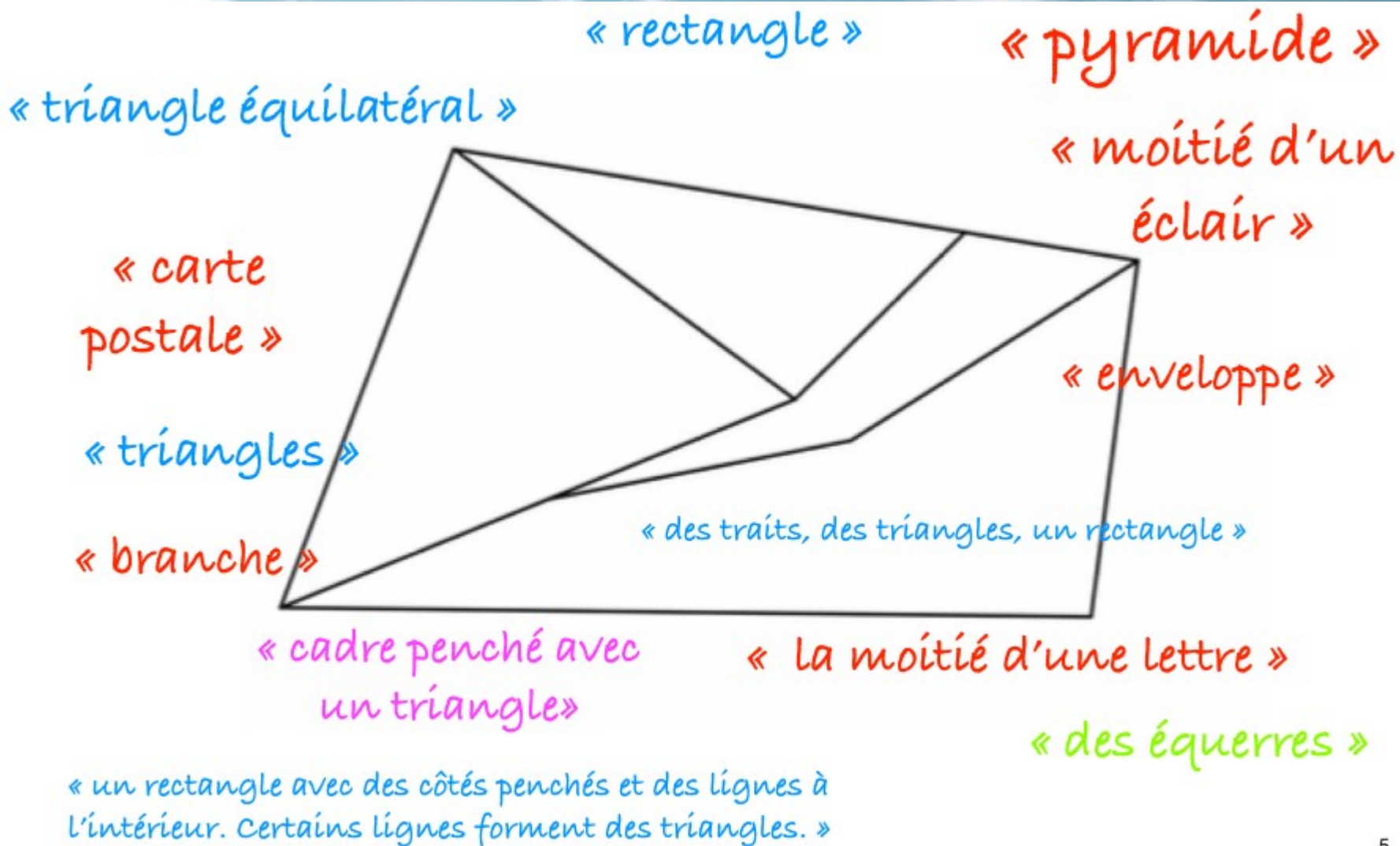
Reproduire une figure-modèle à partir d'une amorce

Modèle



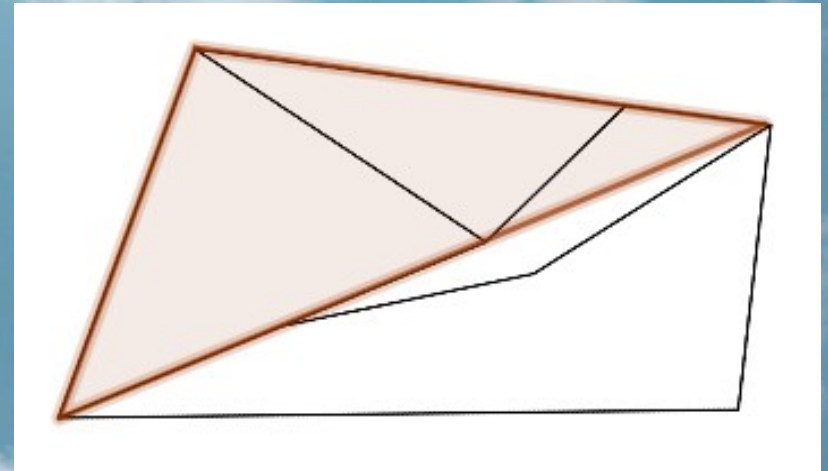
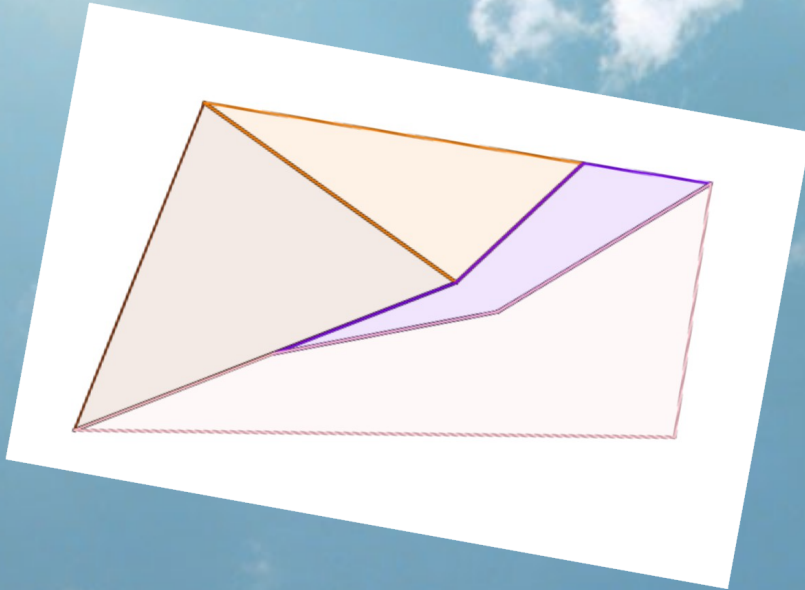
Instrument autorisé : la règle non graduée.

Que voyez-vous ?



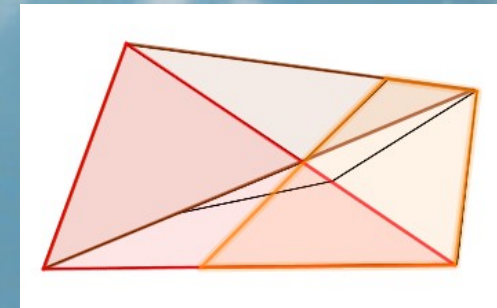
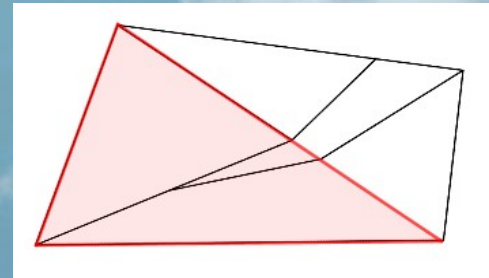
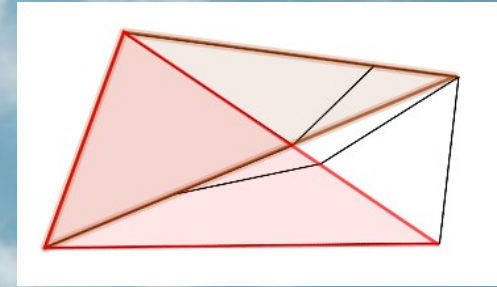
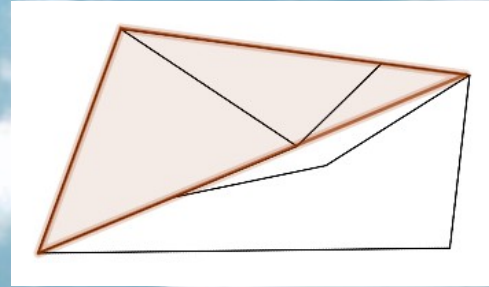
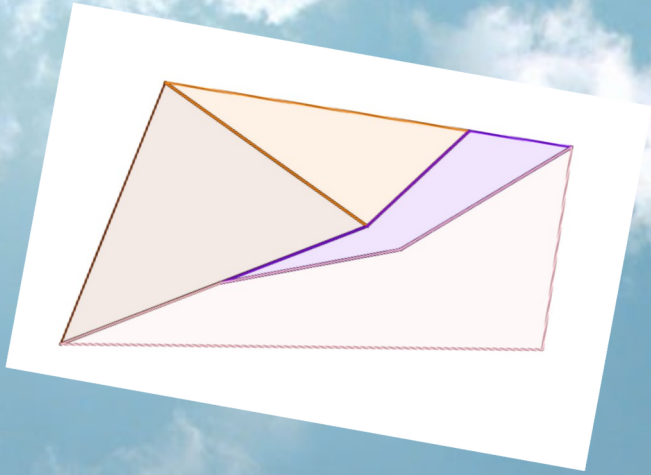
Différentes façons de voir une figure (Duval 2005)

Reconnaissance de FORMES et de SURFACES



Extrait C. Bulf, laboratoire de mathématiques de Castelnau-Lesparre, juin 21

Différentes façons de voir une figure (Duval & Godin 2005)

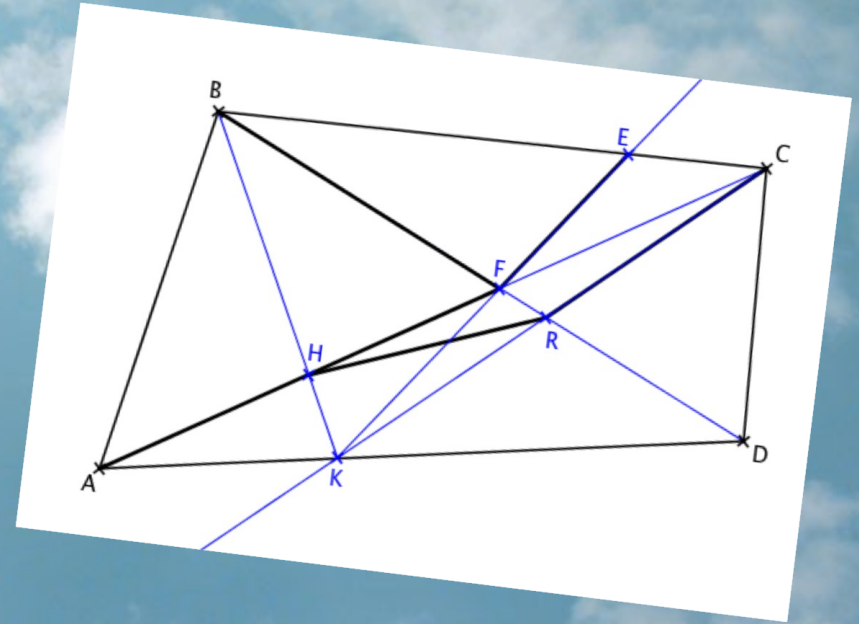
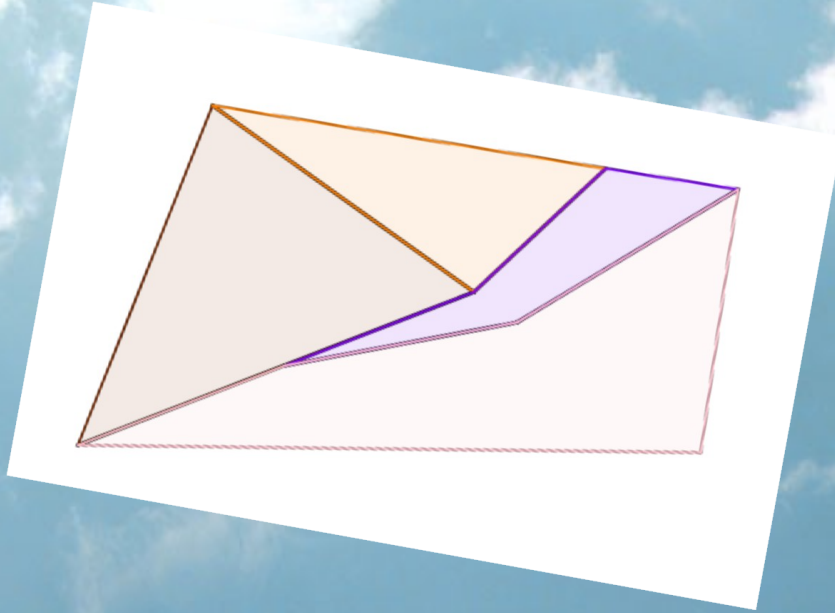


Formes juxtaposées :
surface vers contours de
surfaces.

Formes superposées :
contours de surfaces vers
reconnaissance de lignes,
intersection de lignes,
alignements...

Différentes façons de voir une figure

Comment la reproduire ?

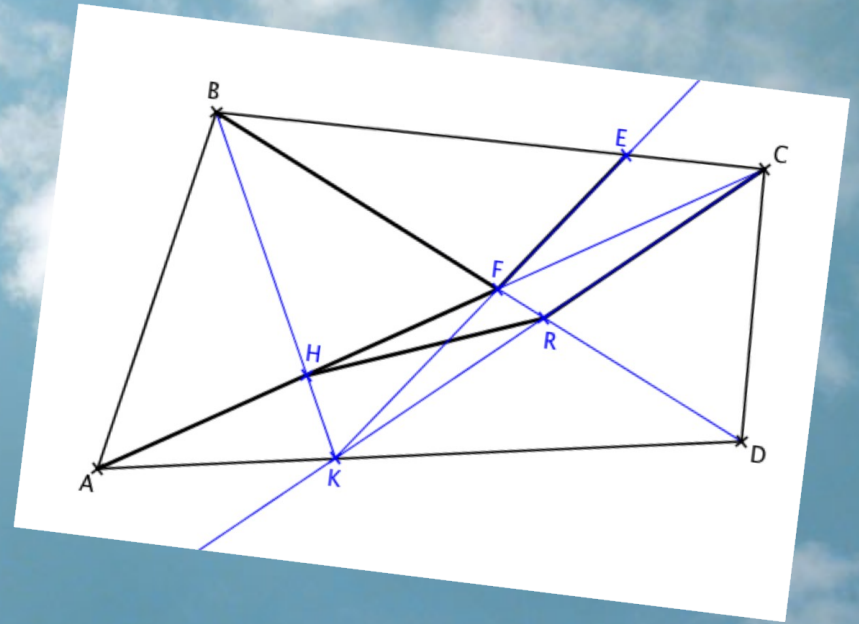
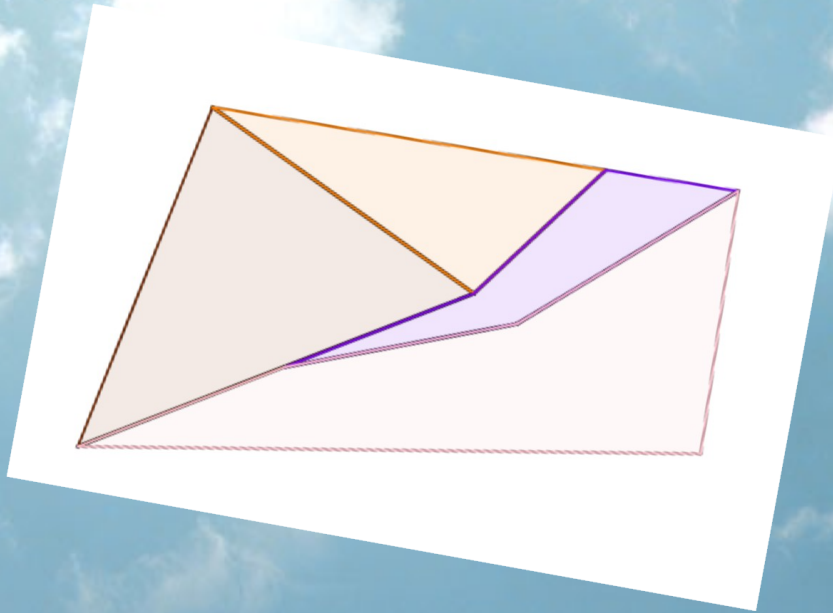


Reproduire à l'aide **d'instruments porteurs de propriétés** (alignement, prolongement...).

Reconnaitre (voire énoncer) **des propriétés et relations entre lignes, points...**

Différentes façons de voir une figure

Comment la reproduire ?



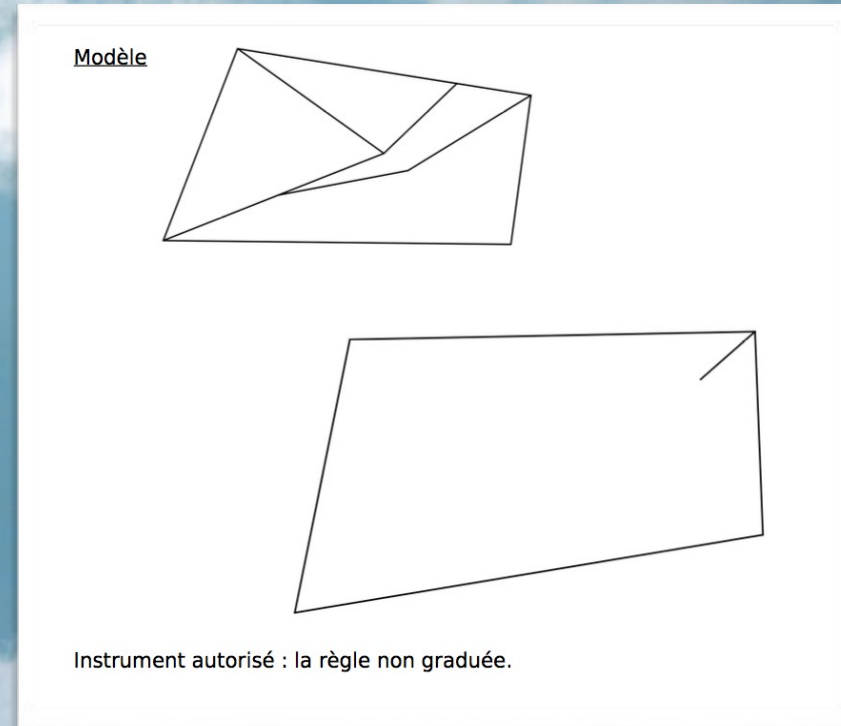
Comment aider les élèves à faire évoluer leur regard sur les figures ?

Comment provoquer cette nécessaire **analyse de la figure en unités figurales (1D, 0D) qui n'est ni immédiate ni automatique ?**

Éléments d'analyse a priori

Variables didactiques

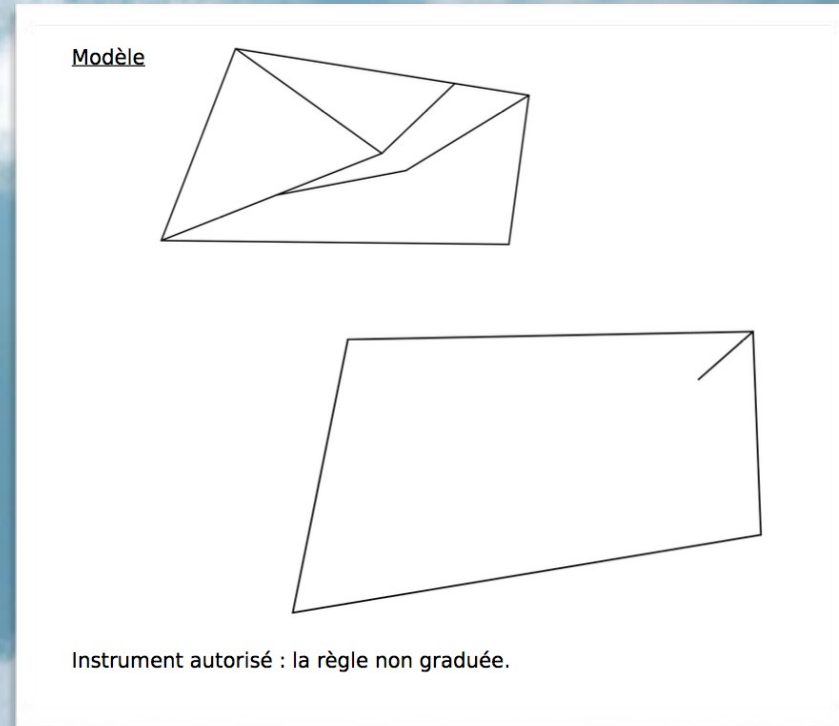
- **Nature** de la figure modèle et de l'amorce
- **Position** des figures (relatives modèle-amorce et par rapport aux bords de la feuille)
- Changement d'**échelle** (entre figure modèle et amorce et taille des figures données, modèle et amorce)
- **Feuille blanche**
- **Instruments** mis à disposition (et **coûts** sur les instruments)



Éléments d'analyse a priori

Objectifs

- Tracé et prolongement de traits
- Intersections et alignements
- Conceptualisation d'objets géométriques
- Usage de la règle non graduée (« définition » de « tracés au hasard », « règles du jeu »)
- Nécessité de l'analyse de la figure-modèle

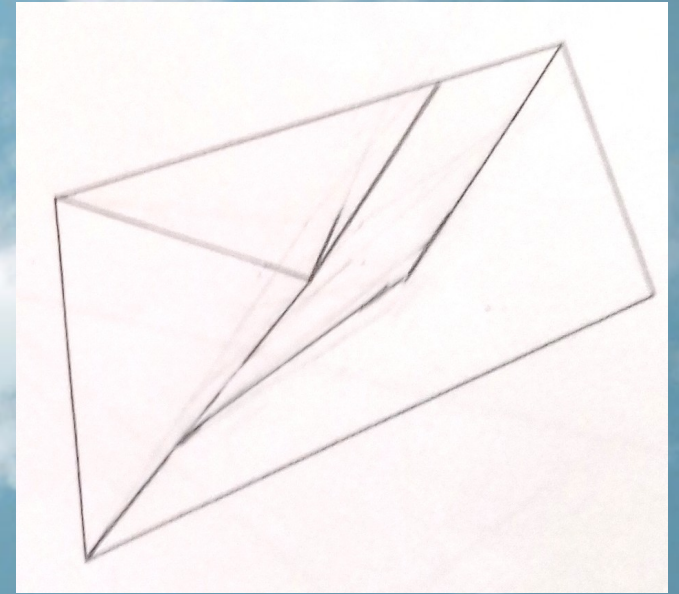


En classe

Premiers tracés « à vue » !

« Définir » un tracé au hasard,
usage de la règle non graduée :

- pour prolonger un trait existant ;
- relier deux points existants.



Usage « technique » des instruments

VS

usage « théorique » des instruments basé sur des propriétés

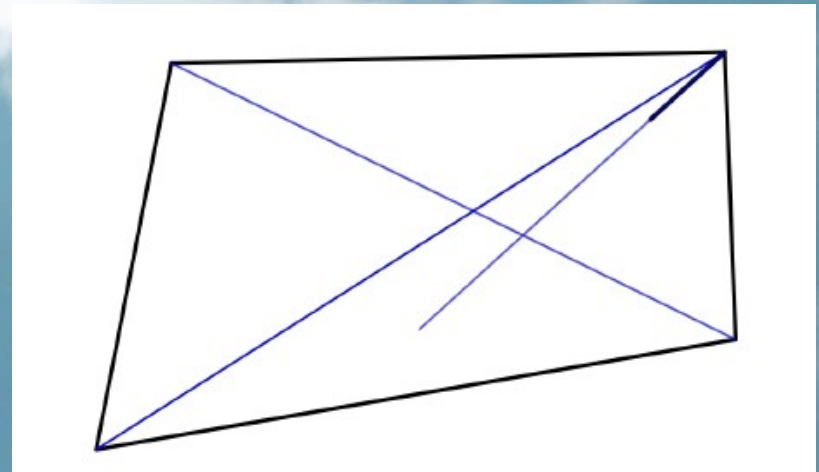
Instruments porteurs de propriétés (ici, alignement)

En classe

Premiers tracés « à vue »

« Définir » un tracé au hasard : usage de la règle non graduée

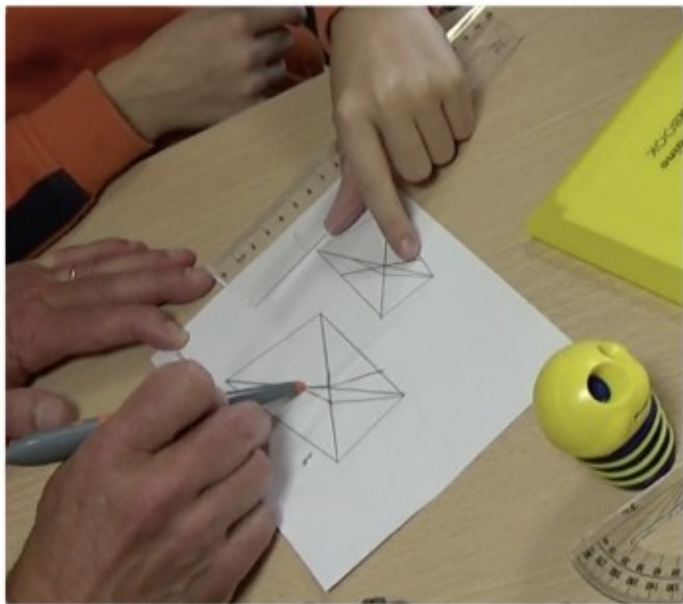
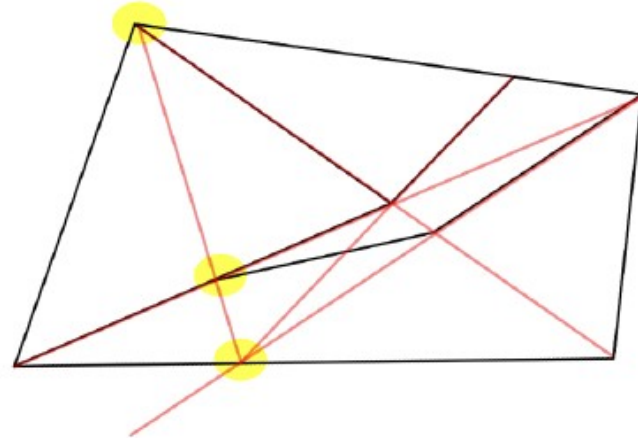
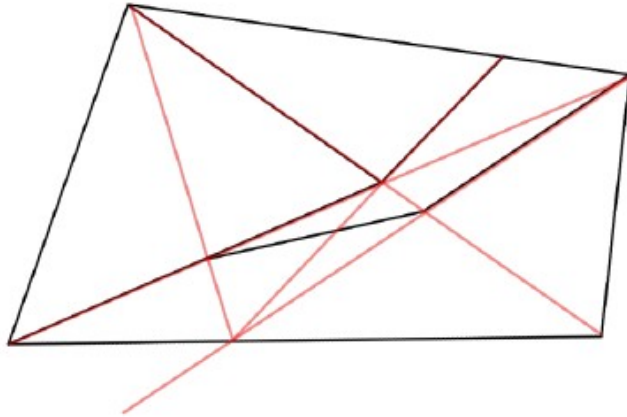
- pour prolonger un trait existant ;
- relier deux points existants.



Après avoir relié ou prolongé sur l'amorce :
nécessité d'aller chercher les propriétés de la figure-modèle,
d'**analyser la figure-modèle.**

En classe

Analyser la figure-modèle



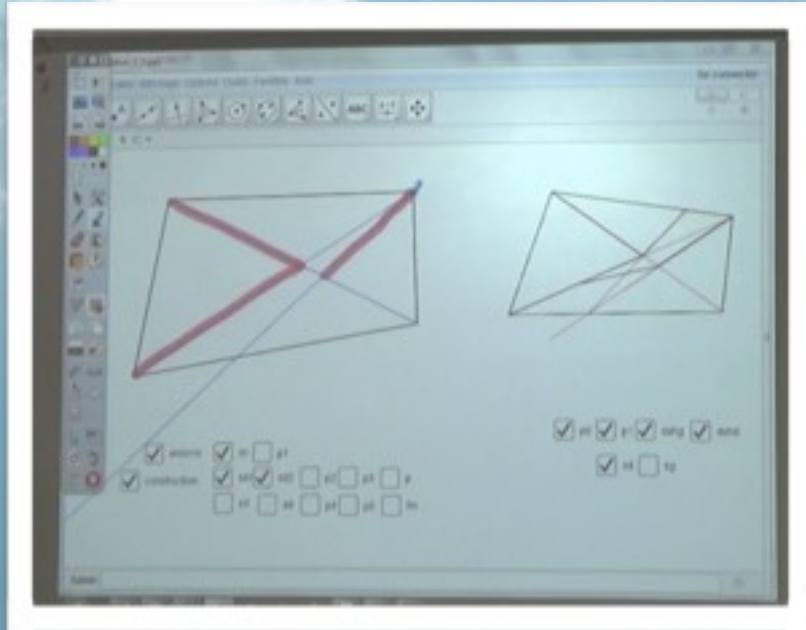
Nécessité de l'analyse du modèle pour reconnaître et énoncer des propriétés et relations entre lignes, points...

Faire évoluer le regard des élèves sur une figure.

Tracés sur le modèle.

En classe

Phase de structuration des connaissances lors des mises en commun



Langage d'action (des élèves)
vers la formulation des
connaissances en acte :
alignement de points ; de
segment et de point..., point
d'intersection...

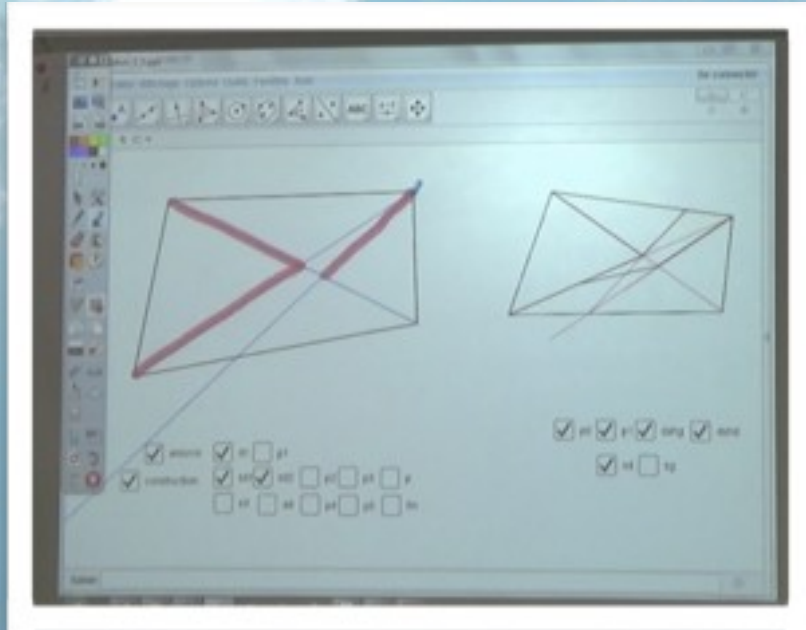
Utilisation des instruments de géométrie

- * La règle non graduée
Elle sert à tracer des traits sans mesurer.
Pour tracer les traits, on positionne la règle :
 - sur deux points.
 - sur un trait déjà existant.
 - Elle sert à trouver l'alignement de points.
- * La règle inflexible inextensible
Elle sert à reporter des longueurs sans mesurer.
- * La règle graduée
Elle sert à mesurer des longueurs.
Elle sert à placer le milieu d'un segment.
- * Le compas
 - Il sert à reporter des longueurs (sans mesurer) et (symétrie).
 - Il sert à tracer des cercles ou des arcs de cercle.
 - Il sert à construire des triangles.
 - Il sert à construire une droite perpendiculaire à un droite connue.
 - Il sert à construire des parallélogrammes : rectangle, losange carré.
 - Il sert à construire les droites remarquables : médiatrice et bissectrice.
- * L'équerre
 - Elle sert à tracer des angles droits, des droites perpendiculaires.
 - Elle sert à tracer des droites parallèles.

En classe

Phase de structuration des connaissances

lors des mises en commun



La validation :

- respect des propriétés de la figure-modèle,
- justesse des procédures vs précision des tracés.

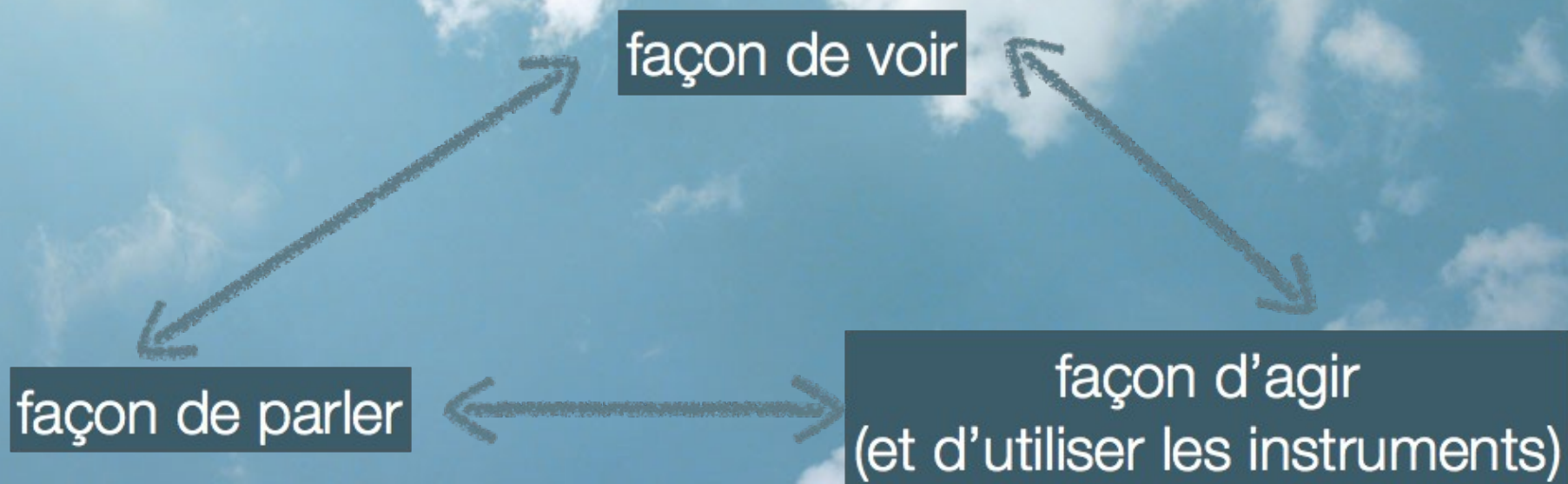
Utilisation des instruments de géométrie

- * La règle non graduée
Elle sert à tracer des traits sans mesurer.
Pour tracer les traits, on positionne la règle :
 - sur deux points.
 - sur un trait déjà existant.
 - Elle sert à trouver l'alignement de points.
- * La règle inflexible inamovible
Elle sert à reporter des longueurs sans mesurer.
- * La règle graduée
Elle sert à mesurer des longueurs.
Elle sert à placer le milieu d'un segment.
- * Le compas
 - Il sert à reporter des longueurs (sans mesurer) et (symétrie).
 - Il sert à tracer des cercles ou des arcs de cercle.
 - Il sert à construire des triangles.
 - Il sert à construire une droite perpendiculaire à un droite connue.
 - Il sert à construire des parallélogrammes : rectangle, losange carré.
 - Il sert à construire les droites remarquables : médiatrice et bissectrice.
- * L'équerre
 - Elle sert à tracer des angles droits, des droites perpendiculaires.
 - Elle sert à tracer des droites parallèles.

« L'idée générale est qu'il est possible de prendre appui sur la reproduction instrumentée des figures pour avancer vers la conceptualisation des objets de la géométrie théorique, dans un développement mutuel des techniques de construction avec des instruments et des concepts géométriques »

Mathé, Barrier et Perrin-Glorian (2020)

Lors de toute activité géométrique,
en résolution de problème,
notamment en situation de reproduction de figure,
**trois dimensions indissociables au développement
de la pensée interagissent de façon concomitante**



**Une orchestration cohérente de ces trois
dimensions est loin d'être évidente...**

Les problèmes de restauration

Ils dépendent du choix de :

la **figure modèle**, de l'**amorce**, de la différence entre les deux

- Le modèle est une figure demandant un véritable travail d'exploration de ses propriétés afin de repérer des éléments qui ne figurent pas explicitement ;
- La position relative entre la figure-modèle et l'amorce encourage cette exploration (on ne peut « translater » les divers éléments du modèle) ;
- La présence de couleurs peut jouer sur la manière de regarder les figures ;
- La différence d'échelle entre la figure-modèle et l'amorce permet d'évacuer le recours à la mesure.

Les problèmes de restauration

Ils dépendent :
des **instruments** disponibles et de leur coût.

Le choix des instruments demeure lié à la manière dont on regarde la figure (et donc à son analyse) :

- gabarits, pochoirs, papier calque ;
- gabarits ou pochoirs déchirés, papier calque trop petit ;
- règle non graduée, règle informable, bande de papier ;
- compas...

Les problèmes de restauration

La règle graduée n'est pas disponible ou alors elle a un coût très important et,

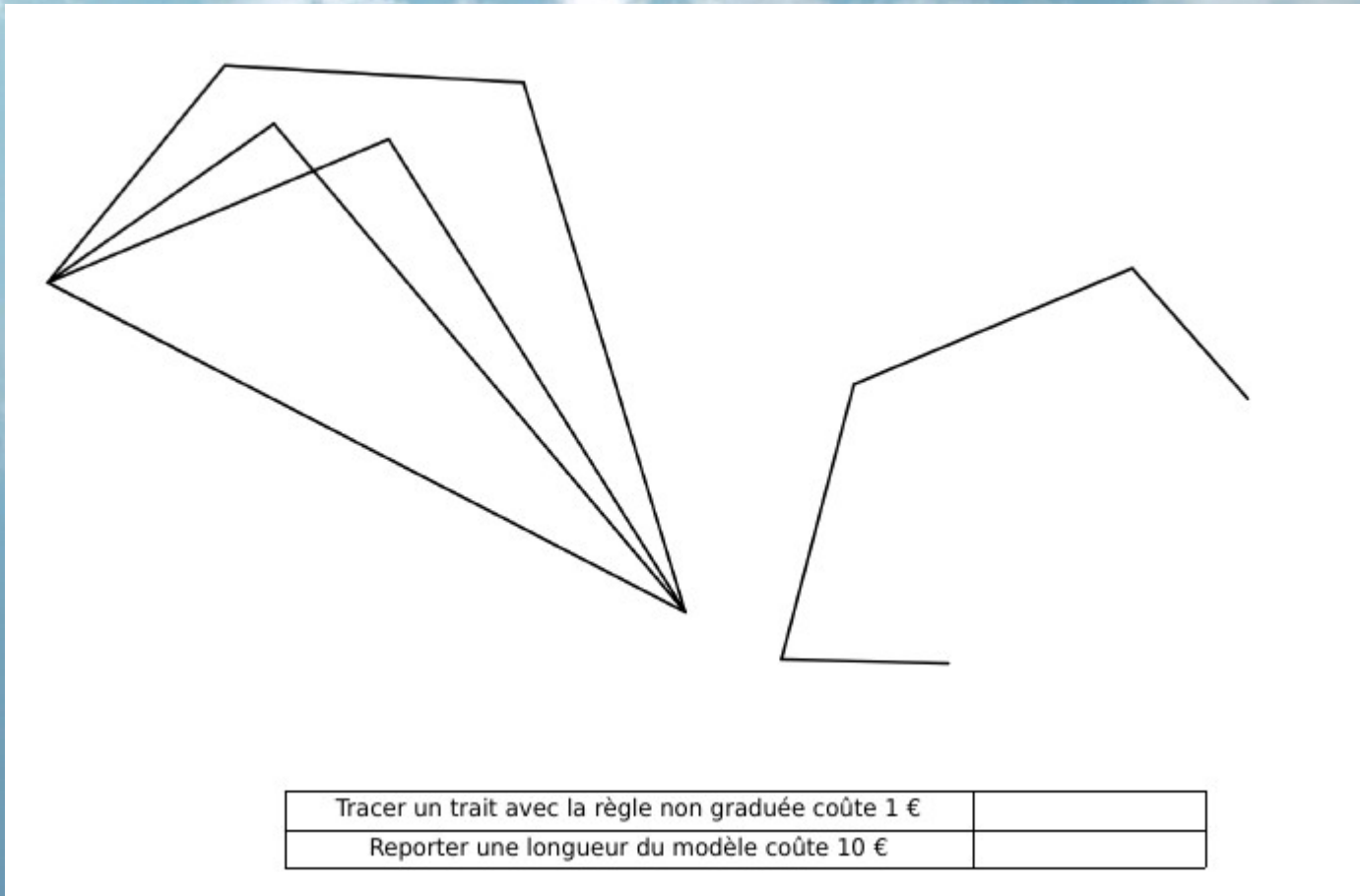
aucune mesure n'est donnée.

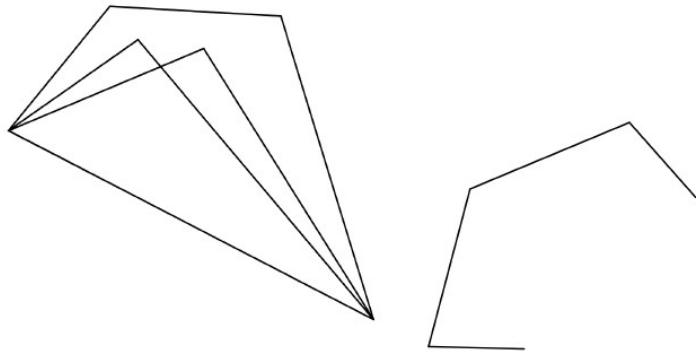
Le travail sur les grandeurs géométriques **sans recours à la mesure** conduit à **conceptualiser les objets géométriques** ainsi que les **opérations sur les grandeurs.**

Ces problèmes ont pour objectif de prendre en charge le travail de changement de regard des figures géométriques chez les élèves.

Une deuxième restauration

- introduction d'un nouvel instrument ;
- Introduction d'un coût sur les instruments.





Tracer un trait avec la règle non graduée coûte 1 €	
Reporter une longueur du modèle coûte 10 €	

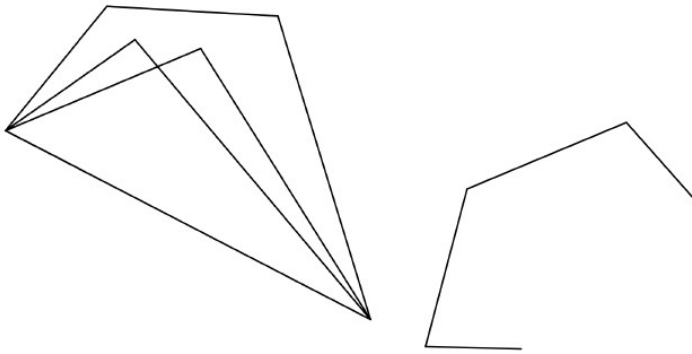
Deuxième restauration dans notre progression.

Des exercices préliminaires d'utilisation d'une bande de papier peuvent être prévus : tracer un segment de longueur double..., comparaison de périmètres...

La figure-modèle et l'amorce sont de même taille.

Difficultés liées à cette restauration :

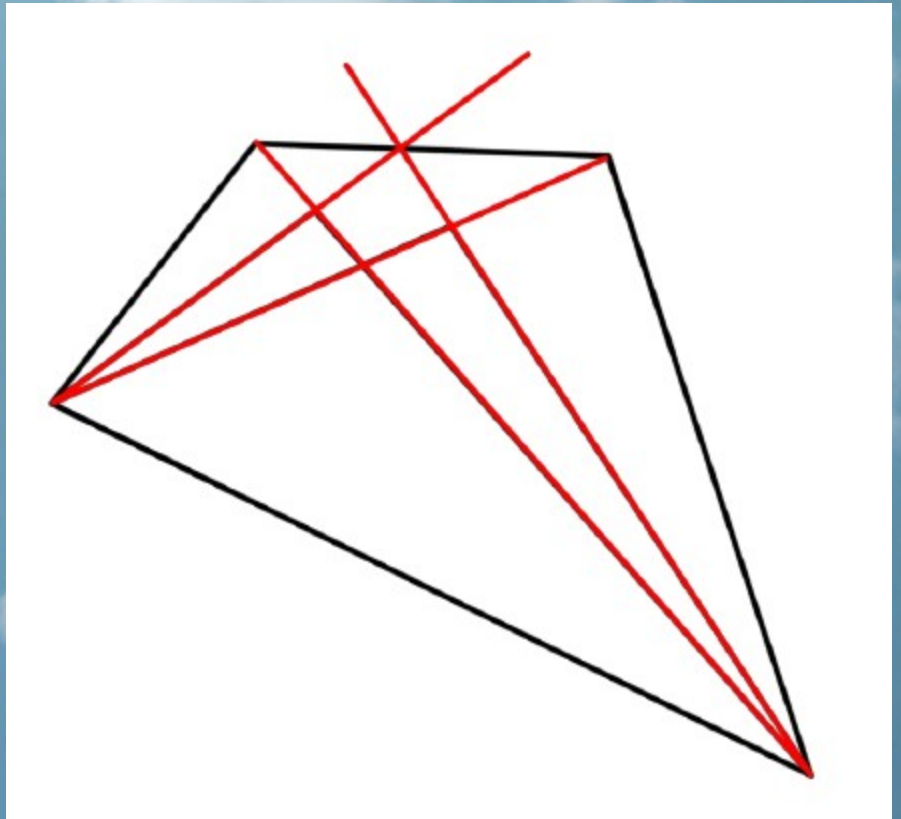
- la bande de papier n'est pas utilisée dans un premier temps,
- le comptage du coût.

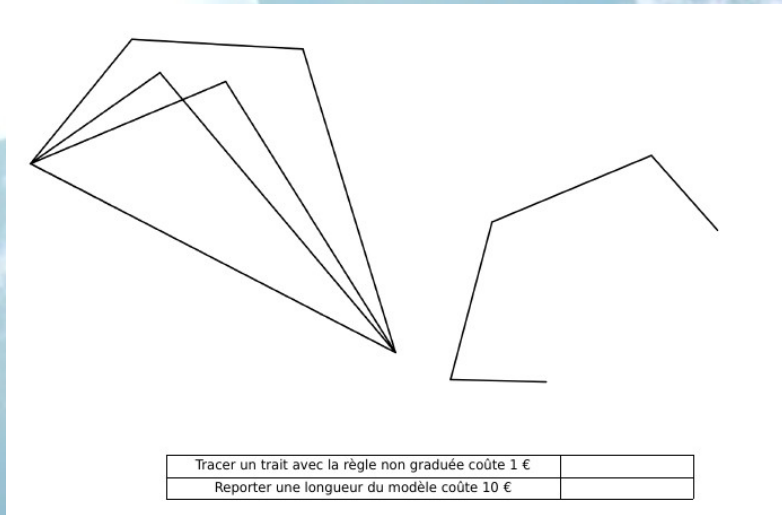


Tracer un trait avec la règle non graduée coûte 1 €	
Reporter une longueur du modèle coûte 10 €	

Deuxième restauration dans notre progression.

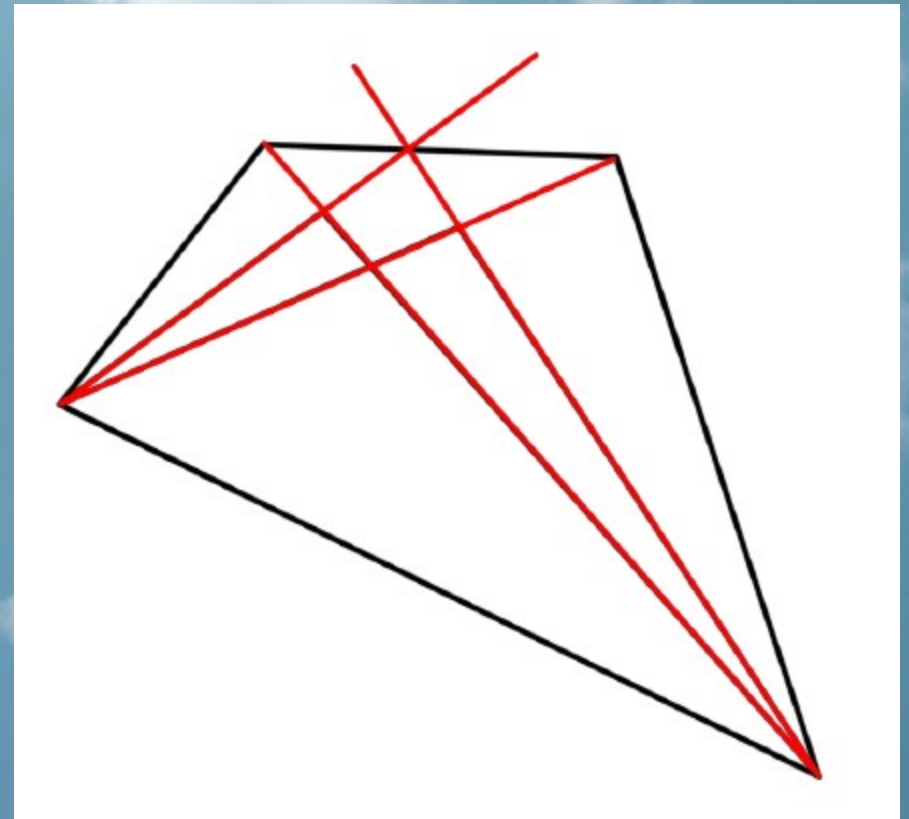
Première analyse

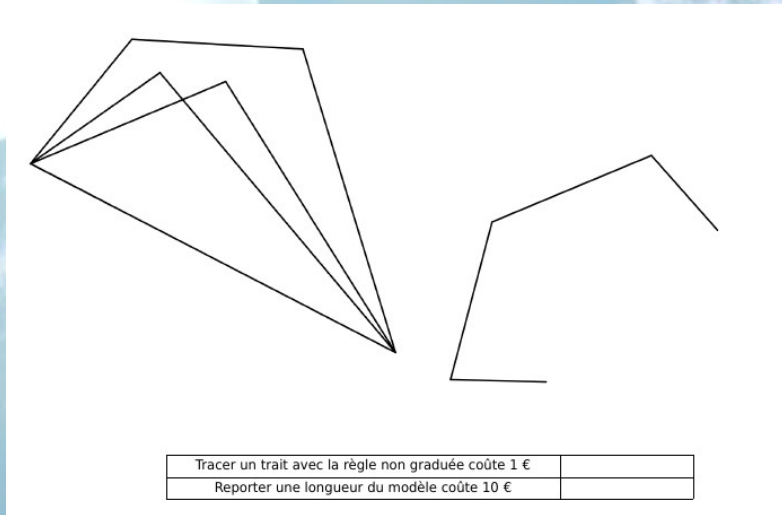




Deuxième restauration dans notre progression.

Relance de la recherche grâce au coût :
il est possible de trouver une construction à un coût moindre que les précédents !

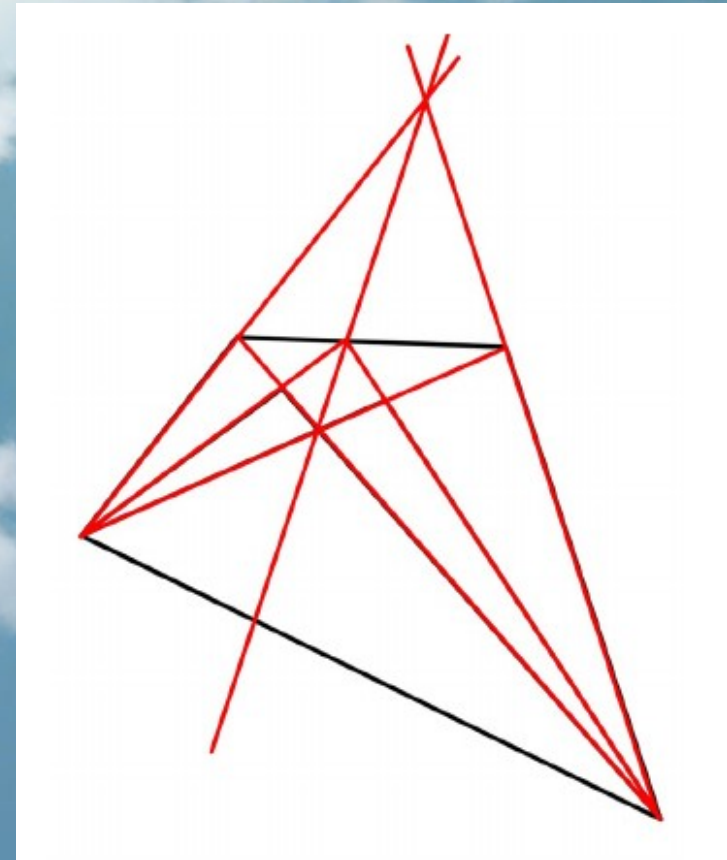




Deuxième restauration dans notre progression.

Le coût permet :

- la réussite de procédures diverses demandant plus ou moins de connaissances géométriques (différenciation, relance) ;
- en incitant à l'usage d'instruments plutôt que d'autres, de développer des connaissances géométriques nouvelles ;
- en jouant sur le barème, d'agir sur les procédures des élèves (pour une même figure-modèle et une même amorce parfois).



Un segment est représenté par un trait rectiligne*, avec un début et une fin (un segment est limité).

Une droite est représentée par un trait rectiligne* que l'on peut toujours prolonger, que l'on peut prolonger autant qu'on veut (une droite est infinie, illimitée).

Deux droites ou deux segments ou une droite et un segment qui se coupent, se coupent en un point (on parle de point d'intersection).

L'intersection de deux traits représente un point.

Aux extrémités d'un segment, il y a deux points.

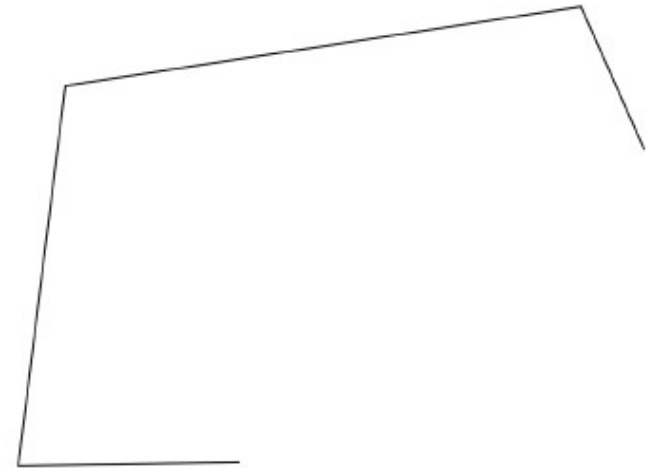
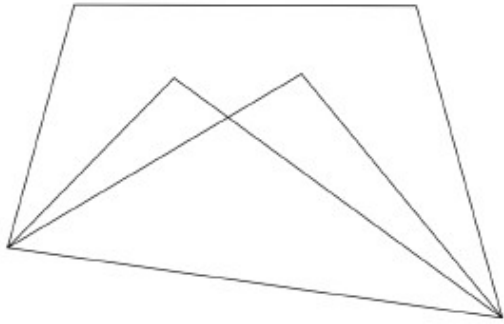
Relations entre point(s), segment et droite

- Sur une droite, sur un segment, il y a des points.
- Un segment est « porté » par une droite.
- Une droite est définie par deux points (ou par un segment).

- **Alignement**
 - Lorsque deux segments sont « portés » par la même droite, on dit que ces deux segments sont alignés.
 - Lorsque un segment et un point sont « portés » par la même droite, on dit que ce segment et ce point sont alignés.
 - Lorsque des points, au moins trois, sont sur la même droite (appartiennent à la même droite), on dit que ces points sont alignés.

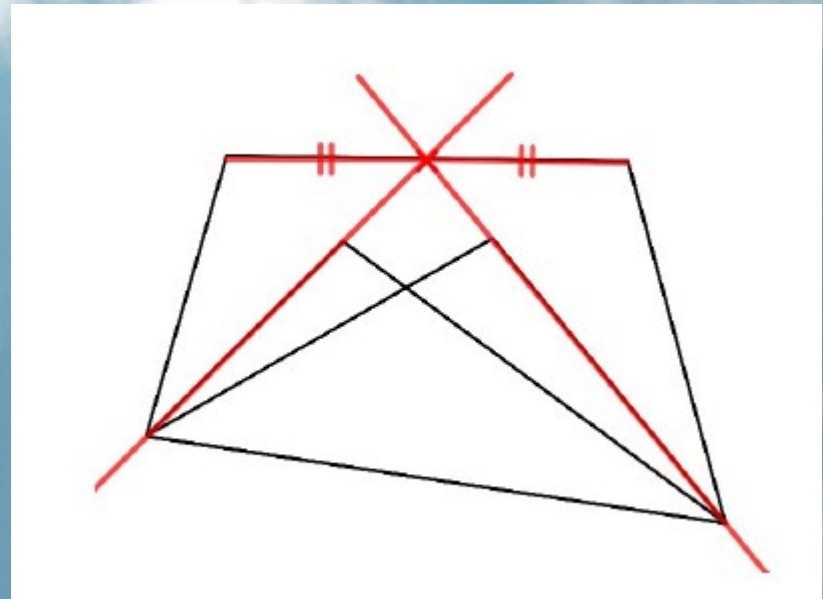
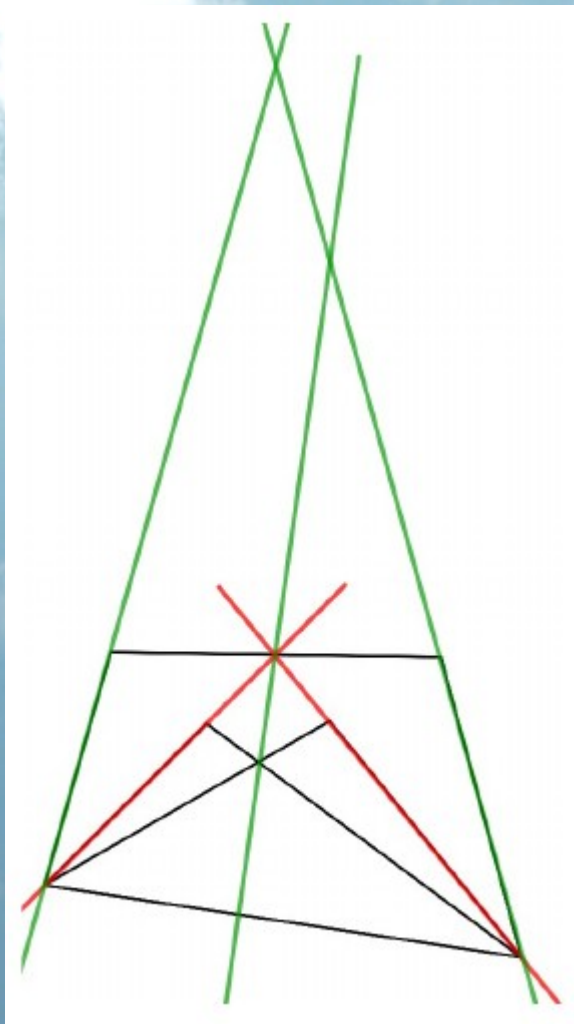
* Trait rectiligne : trait droit que l'on trace avec une règle.

Une figure proche, un autre objectif

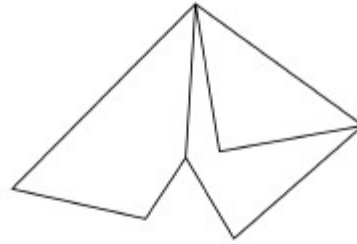


Utiliser la règle non graduée coûte 1 €	
Utiliser la bande de papier coûte 3 €	
Utiliser la règle graduée coûte 10 €	

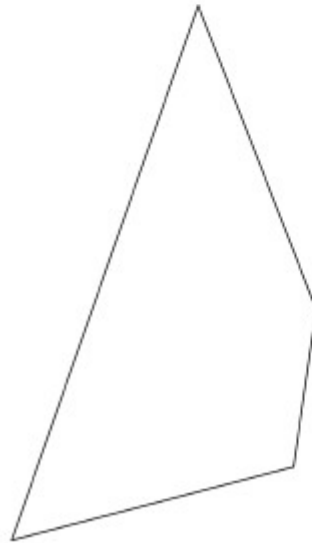
Une figure proche, un autre objectif



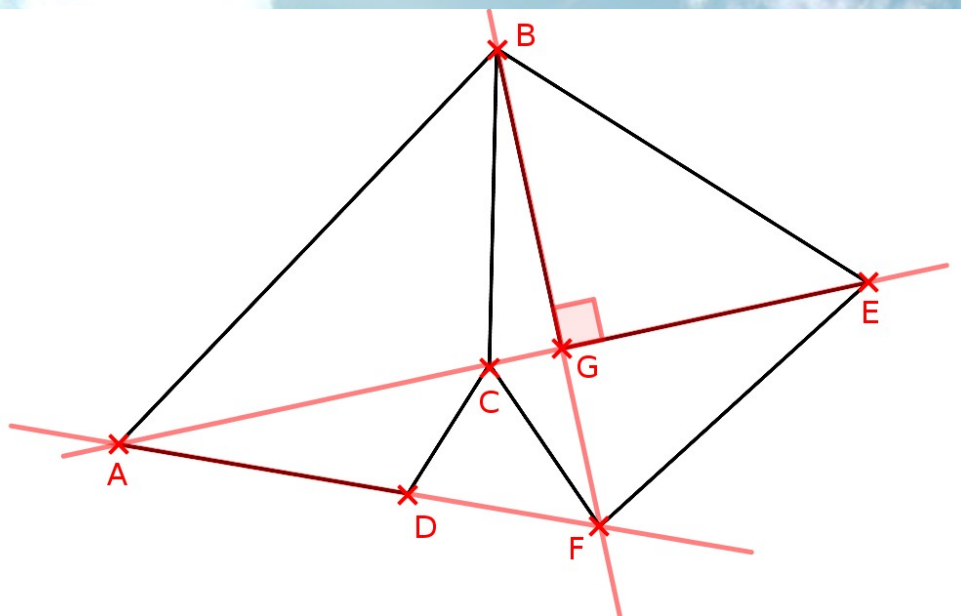
Une troisième restauration



Instruments autorisés : règle non graduée, gabarit d'angle droit.



D'après Irem de Clermont

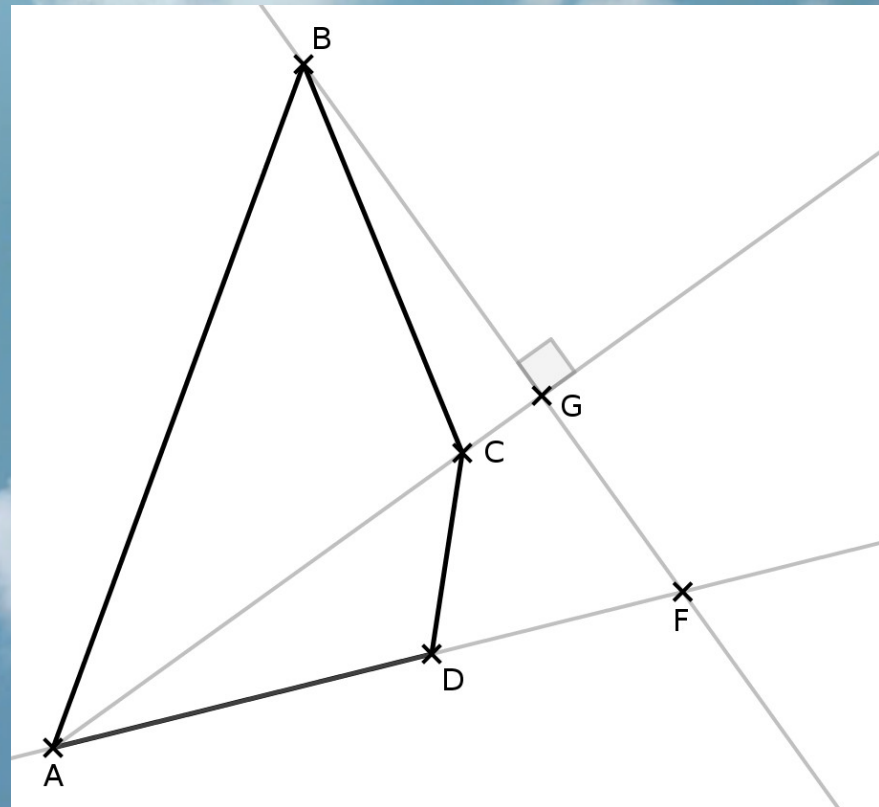


Première analyse

Identification sur le modèle d'alignements et d'un angle droit.

Sur l'amorce, les élèves tracent d'abord, les « bords » d'un angle droit.

Obligation de prolonger pour obtenir le point F : on représente la droite (BG)...



Objectifs

Angle droit :

- propriété d'un objet (2D) ;
- lignes tracées : des contours de surface.

Perpendiculaire :

- relation entre deux objets géométriques (deux droites, 1D) ;
- ligne tracée : représentation d'une droite.

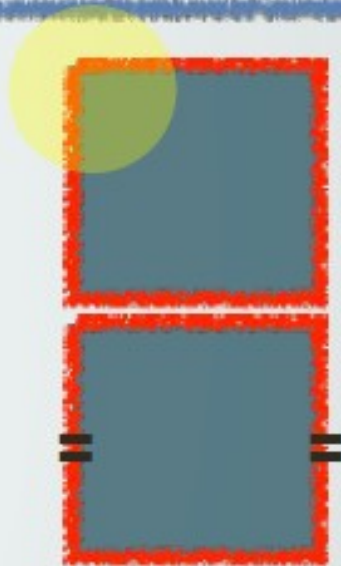
Perpendiculaire passant par un point :

- relation entre trois objets géométriques (deux droites, un point, 1D/0D) ;
- ligne tracée : représentation d'une droite.

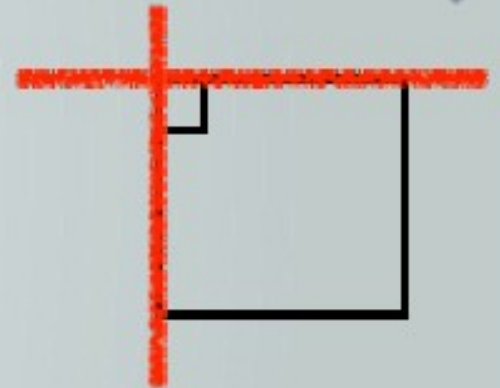
Cycle 1



Cycle 2



Cycle 3

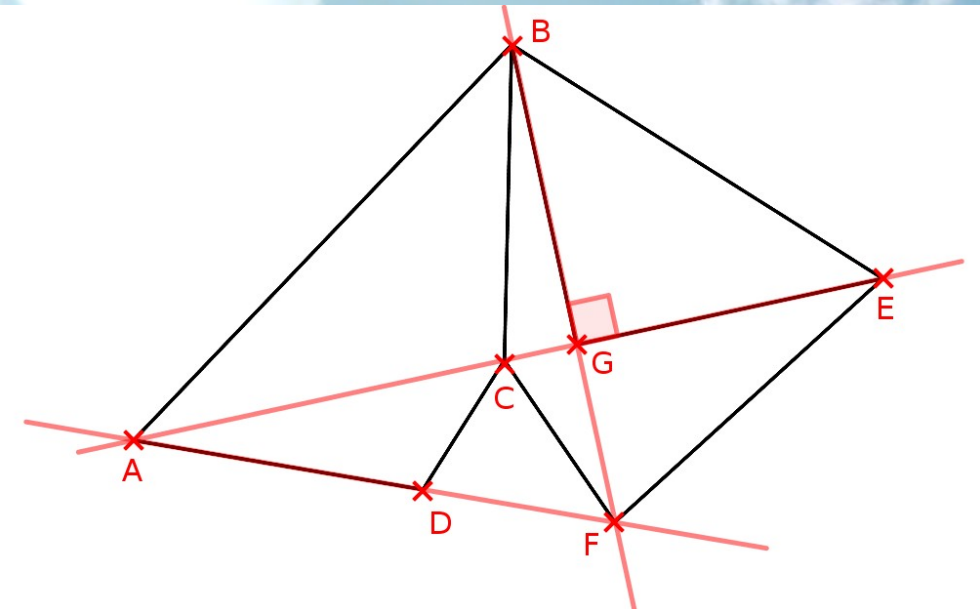


Surfaces - *contour de surfaces* - *lignes* - *intersection de lignes* - *points*

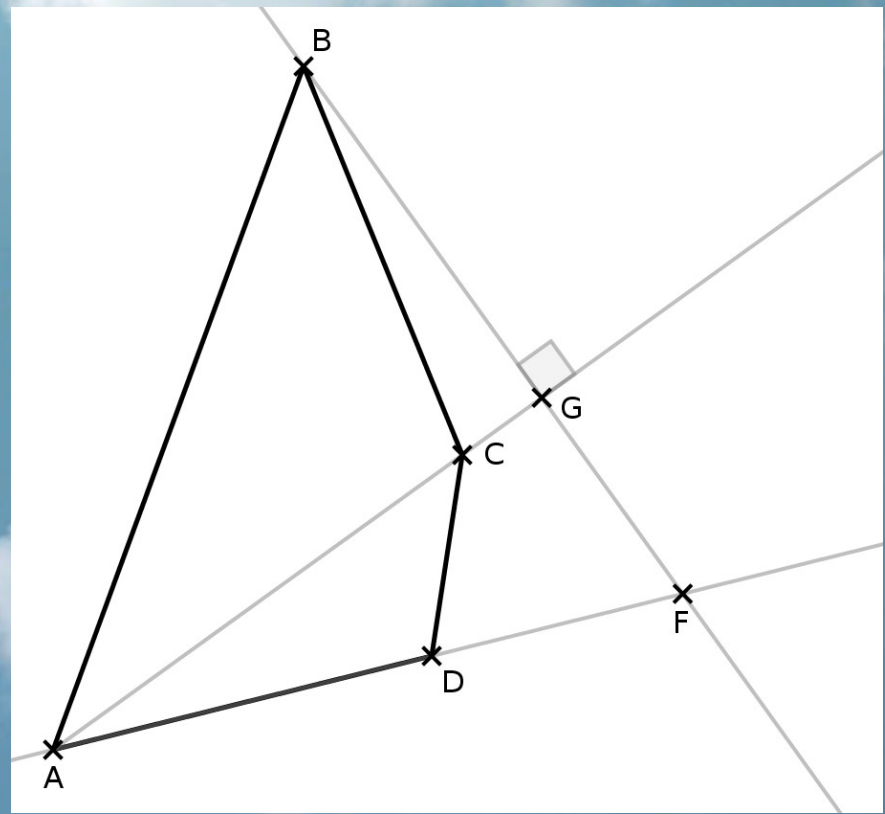
Objectifs

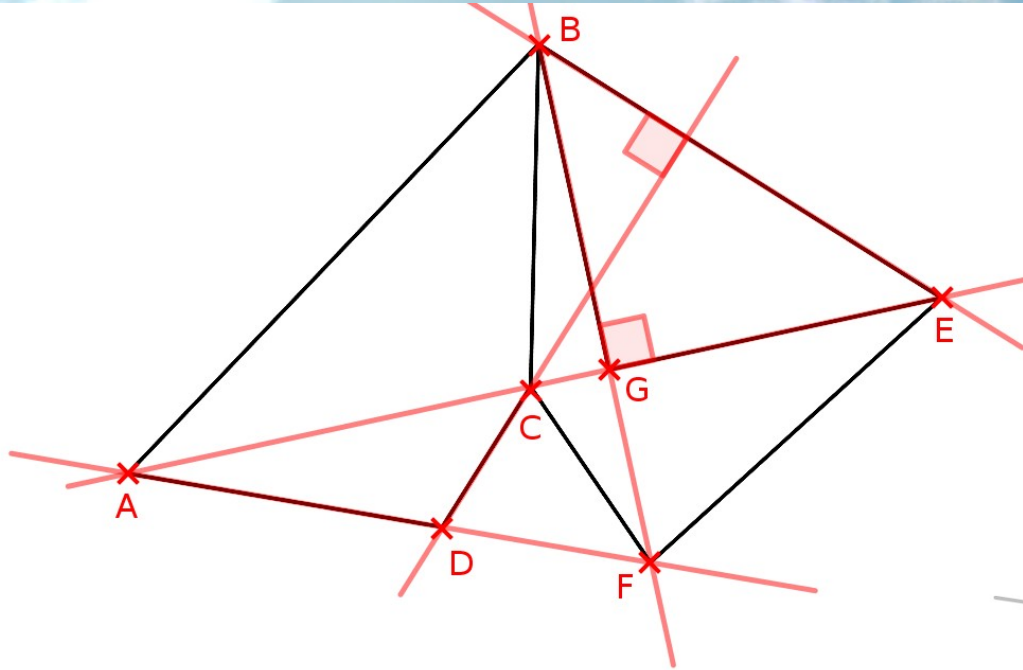
Règle d'usage du gabarit d'angle droit (de l'équerre)

- un support droit, représentant une droite donnée, pour poser un des côtés du gabarit ;
(une perpendiculaire à une droite donnée)
- le sommet du gabarit se pose sur un point donné de la droite donnée
ou
 - on fait glisser le gabarit pour que son autre côté soit « en appui » sur un point donné ;
(la perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné)



Et après ?

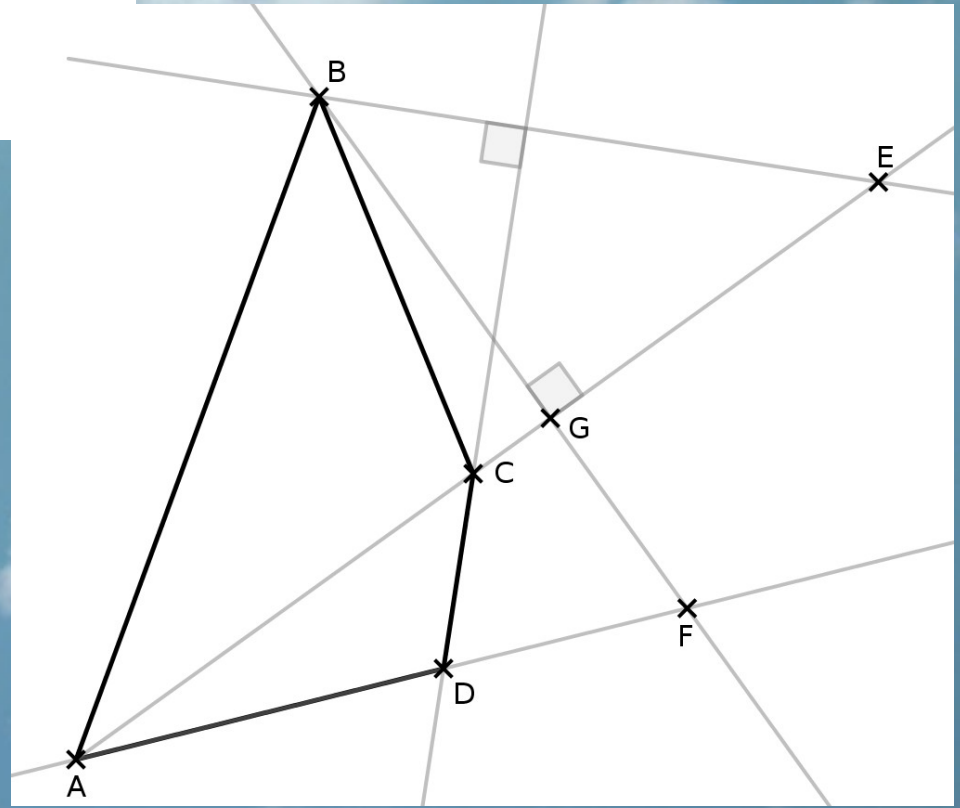




Analyse finale

Sur le modèle :
 les droites (DC) et (BE) sont
 perpendiculaires.

Sur l'amorce :
 tracé de la droite perpendiculaire
 à la droite (DC) passant par B
 pour obtenir le point E.



En conclusion

- De véritables résolutions de problèmes en géométrie.
- Changement de regard sur les figures, déconstruction dimensionnelle, indispensables dans la géométrie théorique.
- Géométrie des tracés, transition entre la géométrie perceptive et la géométrie théorique :
« trouver des relations, des propriétés permettant de relier l'amorce déjà tracée aux nouveaux objets qu'il faut construire, cette action ressemble en tous points à une démarche de type déductive lorsque, dans une démonstration, il s'agit de trouver une propriété à partir d'hypothèses. » (Marie-Jeanne Perrin Glorian)
- Importance de la fiche-outil.
- Progression.

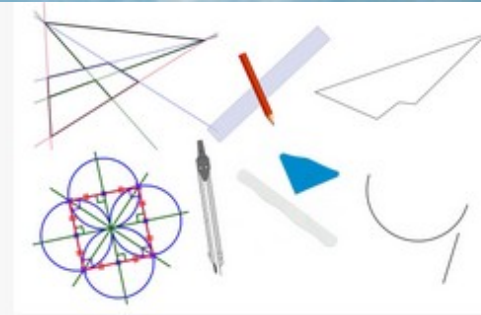
En cours d'écriture...

Géométrie en 6^e

Une progression à partir de restaurations de figures

Groupe didactique des mathématiques, cycle 3
Irem d'Aquitaine

IREM d'Aquitaine
Université de Bordeaux UF MI
Bât A33 - 1er étage - Bureau 113
351 cours de la Libération 33405 TALENCE
<https://math-interactions.u-bordeaux.fr/IREM>



Le groupe didactique de l'Irem d'Aquitaine rédige actuellement une brochure pour présenter l'adaptation de travaux de recherche en didactique de la géométrie – déconstruction dimensionnelle, utilisation géométrique des instruments, restaurations de figure – à l'enseignement de la géométrie en sixième (avant de généraliser au cycle3).

Nous mettons en ligne cette brochure au fur et à mesure de son avancement. Elle contient aujourd'hui :

- une introduction présentant ces travaux de recherche,
- une partie autour de l'utilisation géométrique des instruments et la fiche-outil pour les élèves,
- la progression prévue,
- la première partie contenant les premières situations fondamentales sur le thème segment-droite-point-alignement.

Sur la page d'accueil du site de l'Irem avec le matériel pour expérimenter :

<https://math-interactions.u-bordeaux.fr/IREM>

<https://math-interactions.u-bordeaux.fr/IREM/Groupes/Didactique>

Groupe didactique, journée de l'Irem d'Aquitaine, 22 novembre 2023

Unité de formation de mathématiques et interactions

Université de Bordeaux



[L'UF MI](#) ▾ | [Nos formations](#) ▾ | [Nos projets / évènements](#) ▾ | [Espace entreprises](#) ▾ | [Espace Enseignant](#) ▾ | [Recherche](#) ▾ | [IREM](#) ▾

[Accueil](#)

Partager : [Twitter](#) [Facebook](#) [Google+](#) [Email](#) [Imprimer](#)

› *Unité de formation de mathématiques et interactions*

› [L'UF MI](#)

› [Nos formations](#)

› [Nos projets / évènements](#)

◆ *IREM*

Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques.

Les IREM sont des structures universitaires où peuvent travailler ensemble, sur des contenus mathématiques ciblés, des enseignants du primaire, du secondaire et du supérieur. Ce sont aussi des lieux de formation et d'information. Ils sont constitués en réseau, il y a 28 Instituts de recherche sur l'enseignement

Horaires



> **Groupes**

> Algorithmique
Collège et Robotique
ACRO

> Algorithmique et
programmation
Lycée

> Arts et
mathématique

> CoP-Maths

> CORFEM - IDA

> Culture Math

> Des activités
mathématiques des
élèves à la formation
des enseignant.e.s

> Didactique

> Faits reliés

◆ *Didactique*

Nos objectifs sont de concevoir des situations qui amènent les élèves à résoudre de vrais problèmes, c'est à dire à se poser des questions et avoir une réelle activité mathématique en classe. Amener des questions en classe pour donner du sens aux apprentissages mathématiques

Présentation ▾

Historique ▾

Membres ▾

Brochures ▾

Articles ▾

Responsable

JEAN-MARC GACHASSIN

[Contacter par courriel](#)

Nouvelle brochure



BULF C., CELI V. (2016) Essai d'une progression sur le cercle pour l'école primaire - une articulation clé : gabarit-compas, Grand N, 97, 21-58.

<http://www-irem.ujf-grenoble.fr/spip/spip.php?rubrique21&num=97>

BULF C., CELI V. (2015) Une étude diachronique des problèmes de reproduction de figures géométriques au cycle 3, Grand N, 96, 5-33.

<http://www-irem.ujf-grenoble.fr/spip/spip.php?rubrique21&num=96>

DUVAL R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements.

Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 10, 5-53.

DUVAL R., GODIN M. (2005). Les changements de regard nécessaires sur les figures, Grand N, 76, 7-27, <https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/>

PERRIN-GLORIAN M.-J., & GODIN M. (2018). Géométrie plane : pour une approche cohérente du début de l'école à la fin du collège. In CORFEM Ressources pour la formation des professeurs.

Savoirs mathématiques à enseigner au collège et au lycée. Une version préliminaire est en ligne : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01660837/document>

KESKESSA B., PERRIN-GLORIAN M.J. & DELPLACE J.R. (2007). Géométrie plane et figures au cycle 3. Une démarche pour élaborer des situations visant à favoriser une mobilité du regard sur les figures de géométrie, Grand N, n°79, 33-60. <https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/>

MATHÉ A.-C., BARRIER T., PERRIN-GLORIAN M.-J. (2020) *Enseigner la géométrie élémentaire, Enjeux, ruptures et continuités*, Louvain-La-Neuve : Academia l'Harmattan.

MANGIANTE-ORSOLA C. & PERRIN-GLORIAN M.-J. (2014). Géométrie en primaire : des repères pour une progression et pour la formation des Maîtres, Grand N, n° 94, 47-83.

<https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/>

PERRIN-GLORIAN M.-J., MATHÉ A.-C. & LECLERCQ R. (2013). Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans ?, Repères-IREM, 90, 5-41.

<http://www.univ-irem.fr/spip.php?rubrique24>

Extrait C. Bulf, laboratoire de mathématiques de Castelnau-Lesparre, juin 21

Groupe didactique, journée de l'Irem d'Aquitaine, 22 novembre 2023