

Calcul d'images et d'antécédents

Fiche élève

On souhaite produire un algorithme permettant de calculer l'image ou l'antécédent d'un nombre par une fonction.

Travail préparatoire

1. On considère la fonction f définie par $f : x \rightarrow x^2 + 1$. Compléter le tableau suivant :

x	2			11	9	
f(x)		17	10			101

2. Proposer une suite d'instructions permettant d'expliquer à un autre élève comment calculer l'image d'un nombre x par la fonction f :

Conception d'algorithmes

L'algorithme suivant permet de calculer l'image d'un nombre x par la fonction $g : x \rightarrow x - 3$.

```

image_version_1 - 19.01.2015
*****
Cet algorithme permet de calculer l'image d'un nombre x par la fonction g
: x --> x - 3.
*****
1  VARIABLES
2  x EST_DU_TYPE NOMBRE
3  image EST_DU_TYPE NOMBRE
4  DEBUT_ALGORITHME
5  AFFICHER "Donnez la valeur du nombre x : "
6  LIRE x
7  image PREND_LA_VALEUR x - 3
8  AFFICHER "L'image de "
9  AFFICHER x
10 AFFICHER " par la fonction g : x --> x - 3 est "
```

```
11 AFFICHER image
12 FIN_ALGORITHME
```

3. Créer cet algorithme sous Algobox et le tester.
4. Modifier cet algorithme pour qu'il calcule l'image d'un nombre x par la fonction $f : x \rightarrow x^2 + 1$.
5. Écrire un nouvel algorithme qui calcule l'antécédent d'un nombre x par la fonction $f : x \rightarrow x^2 + 1$.

On pourra utiliser la fonction prédéfinie d'Algobox `sqrt` qui renvoie la racine carrée d'un nombre, sans espace entre `sqrt` et la parenthèse ouvrante. Ainsi, on écrira par exemple :

```
rac PREND_LA_VALEUR sqrt(nombre)
```

Extension de l'algorithme

On souhaite maintenant disposer d'un algorithme permettant de calculer l'image d'un nombre x par une fonction affine de la forme $x \rightarrow ax + b$, où les valeurs de a et b sont choisies par l'utilisateur, avec a non nul.

6. Écrire un tel algorithme sous Algobox.
7. Modifier cet algorithme pour qu'il affiche à la fois l'image et l'antécédent de x .

Pour aller plus loin...

On aimerait pouvoir disposer de l'algorithme de calcul d'image par une fonction pour différentes fonctions, de forme quelconque, sans devoir « réécrire » l'algorithme pour chaque fonction...

Ce n'est pas totalement possible en Algobox mais on dispose cependant d'un mécanisme qui va nous éviter de devoir modifier le texte de l'algorithme pour chaque nouvelle fonction. Algobox permet en effet de définir une fonction (nommée $F1$) que l'on peut ensuite à loisir utiliser dans le texte de l'algorithme. Pour cela, il suffit de définir la fonction $F1$ (par exemple $x*x + 1$, pour la fonction « $x \rightarrow x^2 + 1$ ») dans l'onglet *Utiliser une fonction numérique*, au bas de l'écran, sans oublier de cocher la case *Utiliser la fonction $F1$* (dans le cas contraire, cela génèrera une erreur à l'exécution).

8. Écrire un algorithme de calcul d'image en utilisant cette facilité.
9. Modifier la fonction $F1$ et vérifier que l'algorithme fonctionne toujours correctement...
10. Est-il possible de faire de même pour l'algorithme qui calcule l'antécédent d'un nombre ?

Calcul d'images et d'antécédents

Fiche enseignant

Objectifs. Mise en œuvre d'algorithmes simples, sans structure de contrôle. Utilisation d'Algobox.
Prérequis. La notion de variable.

On souhaite produire un algorithme permettant de calculer l'image ou l'antécédent d'un nombre par une fonction.

Travail préparatoire

1. On considère la fonction f définie par $f : x \rightarrow x^2 + 1$. Complétez le tableau suivant :

Le but est simplement ici de mettre l'élève sur la voie de la méthode à adopter...

x	2	4	3	11	9	10
f(x)	5	17	10	122	82	101

2. Proposer une suite d'instructions permettant d'expliquer à un autre élève comment calculer l'image d'un nombre x par la fonction f :

Il suffit de multiplier le nombre par lui-même et d'ajouter 1 au résultat ainsi obtenu.

Conception d'algorithmes

L'algorithme suivant permet de calculer l'image d'un nombre x par la fonction $g : x \rightarrow x - 3$.

```
image_version_1 - 19.01.2015
*****
Cet algorithme permet de calculer l'image d'un nombre x par la fonction g
: x --> x - 3.
*****
1  VARIABLES
2  x EST_DU_TYPE NOMBRE
3  image EST_DU_TYPE NOMBRE
4  DEBUT_ALGORITHME
5  AFFICHER "Donnez la valeur du nombre x : "
6  LIRE x
7  image PREND_LA_VALEUR x - 3
8  AFFICHER "L'image de "
9  AFFICHER x
10 AFFICHER " par la fonction g : x --> x - 3 est "
```

```
11 AFFICHER image
12 FIN_ALGORITHME
```

3. Créer cet algorithme sous Algobox et le tester.

Selon les situations, on peut également leur fournir l'algorithme pour gagner du temps ici...

4. Modifier cet algorithme pour qu'il calcule l'image d'un nombre x par la fonction $f : x \rightarrow x^2 + 1$.

Il suffit de modifier la ligne réalisant le calcul et la ligne affichant le message :

```
7 image PREND_LA_VALEUR x * x + 1
[...]
10 AFFICHER " par la fonction f : x --> x * x + 1 est "
```

5. Écrire un nouvel algorithme qui calcule l'antécédent d'un nombre x par la fonction $f : x \rightarrow x^2 + 1$.

On pourra utiliser la fonction prédéfinie d'Algobox `sqrt` qui renvoie la racine carrée d'un nombre, sans espace entre `sqrt` et la parenthèse ouvrante. Ainsi, on écrira par exemple :

```
rac PREND_LA_VALEUR sqrt(nombre)
```

Cette fois, il vaut mieux définir une variable y et une variable antécédent (les noms sont plus « parlants »). Il reste alors, comme précédemment, à modifier la ligne de calcul et la ligne d'affichage :

```
antecedent - 19.01.2015
*****
Cet algorithme permet de calculer l'antécédent d'un nombre y par la
fonction f : x --> x * x + 1.
*****
1 VARIABLES
2 antecedent EST_DU_TYPE NOMBRE
3 y EST_DU_TYPE NOMBRE
4 DEBUT_ALGORITHME
5 AFFICHER "Donnez la valeur du nombre y : "
6 LIRE y
7 antecedent PREND_LA_VALEUR sqrt(y-1)
8 AFFICHER "L'antécédent de "
9 AFFICHER y
10 AFFICHER " par la fonction f : x --> x^2 + 1 est "
11 AFFICHER antecedent
12 FIN_ALGORITHME
```

Extension de l'algorithme

On souhaite maintenant disposer d'un algorithme permettant de calculer l'image d'un nombre x par une fonction affine de la forme $x \rightarrow ax + b$, où les valeurs de a et b sont choisies par l'utilisateur, avec a non nul.

6. Écrire un tel algorithme sous Algobox.

Il suffit de définir deux variables supplémentaires, a et b , dont on demande la valeur à l'utilisateur au début de l'algorithme :

```

image_fonction_affine - 29.01.2015
*****
Cet algorithme permet de calculer l'image d'un nombre x par une fonction
affine de la forme  $x \mapsto ax + b$ , avec  $a \neq 0$ .
*****
1  VARIABLES
2  x EST_DU_TYPE NOMBRE
3  image EST_DU_TYPE NOMBRE
4  a EST_DU_TYPE NOMBRE
5  b EST_DU_TYPE NOMBRE
6  DEBUT_ALGORITHME
7  AFFICHER "Donnez les coefficients a et b de la fonction affine  $x \mapsto$ 
 $ax + b$ , avec  $a \neq 0$  :"
8  LIRE a
9  LIRE b
10 AFFICHER "Donnez la valeur du nombre x : "
11 LIRE x
12 image PREND_LA_VALEUR a*x + b
13 AFFICHER "L'image de "
14 AFFICHER x
15 AFFICHER " par la fonction  $x \mapsto$  "
16 AFFICHER a
17 AFFICHER "x + "
18 AFFICHER b
19 AFFICHER " est "
20 AFFICHER image
21 FIN_ALGORITHME
  
```

7. Modifier cet algorithme pour qu'il affiche à la fois l'image et l'antécédent de x .

Il suffit de rajouter une variable *antecedent*, dont on calculera la valeur, puis de l'afficher. Les modifications de l'algorithme sont indiquées en rouge :

```

image_antecedent_fonction_affine - 29.01.2015
*****
Cet algorithme permet de calculer l'image et l'antécédent d'un nombre x
par une fonction affine de la forme  $x \mapsto ax + b$ , avec  $a \neq 0$ .
*****
1  VARIABLES
2  x EST_DU_TYPE NOMBRE
3  image EST_DU_TYPE NOMBRE
4  a EST_DU_TYPE NOMBRE
5  b EST_DU_TYPE NOMBRE
6  antecedent EST_DU_TYPE NOMBRE
7  DEBUT_ALGORITHME
8  AFFICHER "Donnez les coefficients a et b de la fonction affine  $x \mapsto$ 
 $ax + b$ , avec  $a \neq 0$  :"
9  LIRE a
10 LIRE b
11 AFFICHER "Donnez la valeur du nombre x : "
12 LIRE x
  
```

```

13  image PREND_LA_VALEUR a*x + b
14  antecedent PREND_LA_VALEUR (x - b) / a
15  AFFICHER "L'image de "
16  AFFICHER x
17  AFFICHER " par la fonction x --> "
18  AFFICHER a
19  AFFICHER "x + "
20  AFFICHER b
21  AFFICHER " est "
22  AFFICHER image
23  AFFICHER " et son antécédent "
24  AFFICHER antecedent
25  FIN_ALGORITHME
  
```

Pour aller plus loin...

On aimerait pouvoir disposer de l'algorithme de calcul d'image par une fonction pour différentes fonctions, sans devoir « réécrire » l'algorithme pour chaque fonction...

Ce n'est pas totalement possible en Algobox mais on dispose cependant d'un mécanisme qui va nous éviter de devoir modifier le texte de l'algorithme pour chaque nouvelle fonction. Algobox permet en effet de définir une fonction (nommée F1) que l'on peut ensuite à loisir utiliser dans le texte de l'algorithme. Pour cela, il suffit de définir la fonction F1 (par exemple $x^2 + 1$, pour la fonction « $x \rightarrow x^2 + 1$ ») dans l'onglet *Utiliser une fonction numérique*, au bas de l'écran, sans oublier de cocher la case *Utiliser la fonction F1* (dans le cas contraire, cela génèrera une erreur à l'exécution).

8. Écrire un algorithme de calcul d'image en utilisant cette facilité.

Il suffit de créer comme indiqué la fonction F1 et de reprendre le tout premier algorithme en modifiant la ligne de calcul de l'image ainsi :

```
7  image PREND_LA_VALEUR F1(x)
```

Il est malheureusement impossible de modifier le texte de l'affichage pour y « inclure » le texte de la fonction F1... On devra se contenter de l'affichage suivant :

```
10  AFFICHER " par la fonction F1 est "
```

9. Modifier la fonction F1 et vérifier que l'algorithme fonctionne toujours correctement...

Dont acte !...

10. Est-il possible de faire de même pour l'algorithme qui calcule l'antécédent d'un nombre ?

Naturellement non : on ne peut pas ici calculer à l'aide de l'algorithme la fonction réciproque $\textcircled{2}$... car nous n'avons pas accès à la « structure » de la fonction F1.