

Semaine des Mathématiques 2016  
**Les aiguilles de Buffon on parlé !!**

*et leur message est chargé d'enseignements...*

**Groupe probabilités et statistique de l'IREM d'Aquitaine**

<http://math-interactions.u-bordeaux.fr/Centres-de-ressources/IREM/Groupes/Probabilites-et-statistique>

Merci à tous les enseignants, élèves et participants de cette action collaborative qui a abouti à 32785 lancers d'aiguilles diverses sur des planchers divers dans 34 classes, 2 académies et 17 établissements, allant de la 3<sup>ième</sup> du collège Paul Esquinance de la Réole à la terminale TSSI du lycée Rascol d'Albi, sans oublier les étudiants en Master enseignement de Bordeaux. (un fichier récapitulatif de l'ensemble des résultats est disponible sur le site de l'IREM d'Aquitaine).

**Quelques chiffres :**

La classe la plus motivée a lancé 2400 aiguilles (Lycée Gaston Crampe d'Aire sur l'Adour) avec une estimation de PI de 3,272. Les deux classes les plus proches de PI sont la TS8 du Lycée Magendie de Bordeaux (PI = 3,100, 590 lancers) et le Lycée sud médoc de Saint Médard en Jalles (PI = 3,184, 1700 lancers). Mais c'est en compilant l'ensemble disparate des 32785 lancers d'aiguilles qu'on obtient une estimation globale de

**Estimation de PI = 3,1163 avec un intervalle de confiance à 95% de [3.0813 ; 3,1522]**

D'aucun pourront trouver la précision de la mesure médiocre eu égard à l'effort fourni. Certes, la démonstration de la puissance des statistiques n'est pas faite ici pour calculer des décimales de PI, mais on conviendra que cette étude contient beaucoup d'enseignements sur l'application concrète des mathématiques, sans oublier que le contrat est rempli : l'intervalle de confiance contient bien la valeur attendue de 3,1415926...

## Analyse rétrospective de l'action :

Bien sûr, la collaboration a pris en compte l'ensemble des résultats :

- **aucun contrôle a priori** (validation du protocole, des lanceurs) par un organisme centralisateur
- **aucune validation a posteriori** des résultats et élimination éventuelle des « mauvais » lanceurs (mais comment distinguer un bon lanceur d'un lanceur malchanceux ?) .

Tout le monde a participé, l'idée étant de mettre en balance les grands principes de modélisation mathématique (dont le calcul des probabilités) face à la réalité : il s'avère que le comte de Buffon (1707-1788) n'a pas envisagé dans son expérience de pensée que des participants lançant chacun leurs propres aiguilles sur leur propre plancher définissent **un ensemble de conditions expérimentales diverses** qui peuvent ébranler le fragile édifice mathématique.

L'analyse des résultats montre **de grandes disparités** entre les fréquences de croisement obtenues, ce qui est tout à fait normal puisque les longueurs d'aiguilles et les largeurs de planchers ont des valeurs très variables (Figure 1.), mais la théorie mathématique, par la normalisation des calculs permet (normalement) de standardiser ces résultats. Cependant, passer d'une expérience de pensée comme celle imaginée par le conte de Buffon, à une application réelle multi-utilisateurs révèle des surprises :

**Un grand nombre de résultats sortent de la norme** (prévue par la théorie) au sens où la valeur de fréquence de croisement calculée est loin de celle attendue selon les valeurs de  $a$ ,  $b$ ,  $N$  et  $n$  rentrées (Figure 2).

Nous avons voulu en savoir un peu plus sur le déroulement des activités, si les participants ont rencontré des difficultés, si eux-mêmes ont une explication pour ces résultats insolites (hormis l'argument « nous faisons partie des 5% de malchanceux pour lesquels l'intervalle de confiance ne contient pas la valeur attendue »). Parmi les répondants à notre petit sondage (« comment étaient constitués les groupes ? », « avez-vous le sentiment que les comptages ont été faits dans les règles de l'art ? », « combien d'aiguilles lanciez-vous simultanément ? », « sur quel support faisiez-vous le lancer ? »), les réponses montrent parfois (mais rarement) un doute sur le bon déroulé de l'activité, mais le plus souvent celle-ci a été produite de façon consciencieuse.

Il est donc très possible (envisageons-le) que tout se soit bien passé pour tout le monde, auquel cas un autre message doit être passé sur l'expérimentation réelle d'une expérience de pensée :

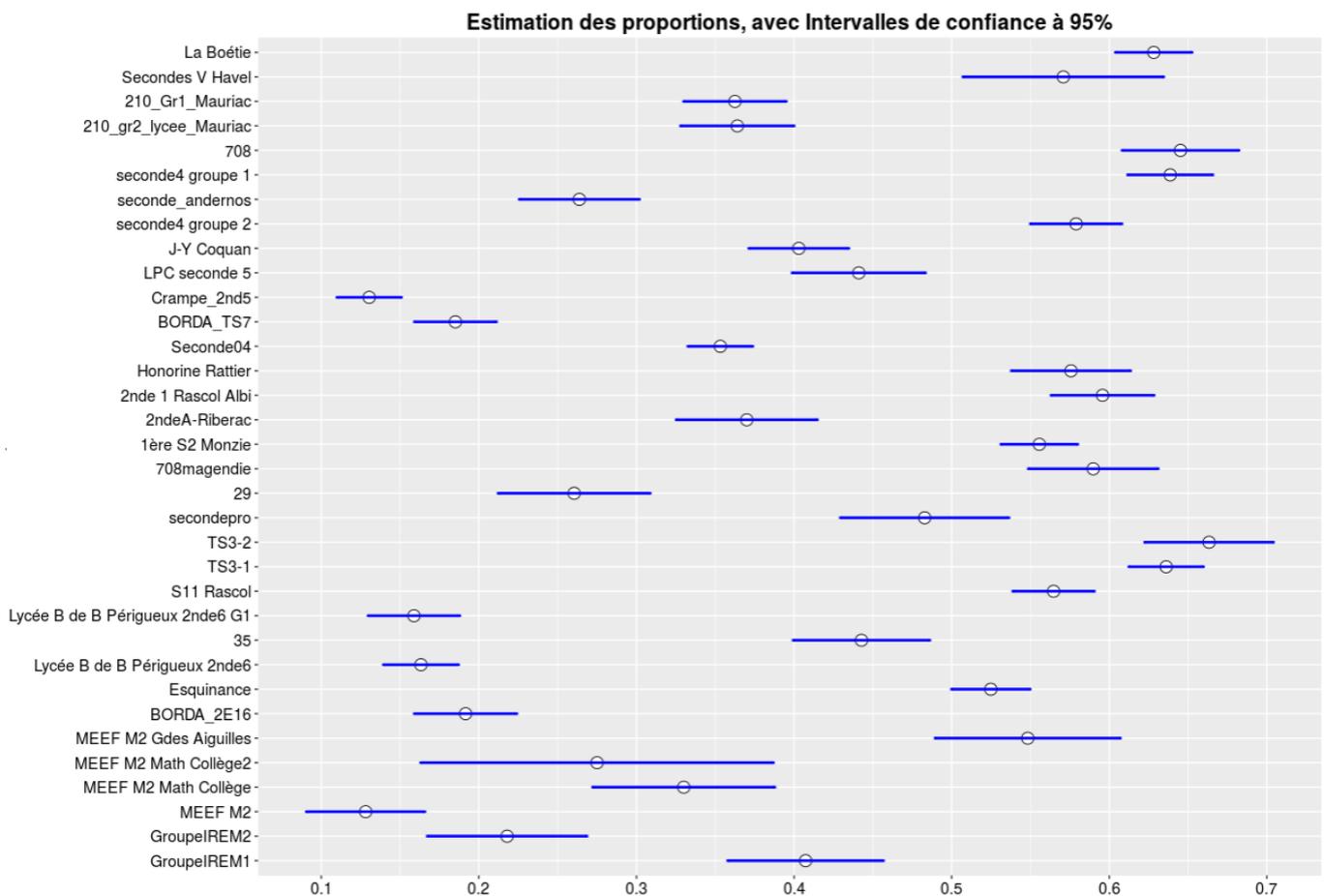
- il existe une incertitude sur les mesures ( $a$  et  $b$ ) : cela a-t-il un impact sur le résultat ?
- il peut exister des difficultés à réaliser les lancers de façon indépendante
- les planchers ne sont pas des planchers : souvent du carrelage, parfois bombé, toujours avec des joints dont la largeur qui ne peut être négligée.

Cela impacte nécessairement la probabilité réelle de croisement d'une aiguille avec les lignes du plancher.

Notre sentiment est que (en fait), la réelle probabilité de croisement est  $\frac{2a}{\pi b} + \Delta$ , où  $\Delta$  est un décalage inhérent aux conditions de chaque expérience, mais chaque participant (la classe) ayant son propre  $\Delta$ , on peut le considérer aléatoire dans l'ensemble des valeurs de décalage possibles, et de moyenne nulle (une méthodologie utilisée dans les calculs

d'incertitudes). Dans ce cas, chaque estimation de  $2/\pi$  est (un peu) fautive (la normalisation utilisant les vraies valeurs de a et b, omettant le  $\Delta$ ), mais l'estimation globale est toujours correcte (par compensation des biais), sachant que la dispersion supplémentaire modifie les calculs d'intervalles de confiance pour  $2/\pi$ , tout en rendant "valide" chacune des expérimentations.

**Conclusion** : on peut sans hésiter dire que si le challenge est relancé l'année prochaine, l'objectif ne sera pas seulement de mettre en scène une expérience de pensée pour illustrer un calcul de probabilité, mais également d'en profiter pour alerter élèves et enseignants sur la bonne pratique statistique (protocole d'observation, échantillonnage, analyse des biais) nécessaire à l'observation d'un phénomène aléatoire.



**Estimation de  $\pi$ , avec Intervalles de confiance à 95%**  
 **$\pi$  estimé = 3.1163**  
**Intervalle de confiance à 95% : [ 3.0813 ; 3.1522 ]**

