

Acheter une moto

Énoncé de l'activité :

Xavier possède 4 000 € d'économies.
Il veut s'acheter une moto qui coûte 5 000 €.
Son banquier lui propose un placement à un
taux d'intérêt de 2,5 % l'an.

La **valeur acquise** à la fin de chaque année est
égale à la somme du capital du début d'année et
des intérêts acquis au cours de l'année.



*Combien de temps Xavier devra-t-il attendre
avant de pouvoir acheter sa moto ?*

Fiche professeur

Niveau : 1^{ère} ou Terminale

Durée prévue : 1h

Type d'activité : découverte

Objectifs du programme niveau Première :

Capacités	Connaissances	Commentaires
Reconnaître une suite arithmétique, une suite géométrique par le calcul ou à l'aide d'un tableur.	Suites particulières : - définition d'une suite géométrique. $u_{n+1} = q \times u_n$ ($q > 0$) et la donnée du premier terme.	

Objectifs du programme niveau Terminale : (*groupements A, B et C*)

Capacités	Connaissances	Commentaires
Appliquer les formules donnant le terme de rang n en fonction du premier terme et de la raison de la suite.	Expression du terme de rang n d'une suite géométrique.	Dans les énoncés de problèmes ou d'exercices, les formules sont à choisir dans un formulaire donné en annexe. Pour les sections du groupement C, les exemples traités portent aussi sur les thèmes suivants : - intérêts composés : capital, intérêts, valeur acquise ; - capitalisation et amortissement : annuités, valeur acquise , valeur actuelle ; - emprunt indivis : annuités, intérêts, tableau d'amortissement. La formule de la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique ou géométrique est donnée si nécessaire.

Objectifs du programme niveau Terminale : (*groupement C*)

Capacités	Connaissances	Commentaires
Résoudre des équations du type $q^x = a$ et $\log x = a$ ou des inéquations du type $q^x \geq b$ (ou $q^x \leq b$) et $\log x \geq b$ (ou $\log x \leq b$).	Processus de résolution d'équations du type $q^x = a$ et $\log x = a$ et des inéquations du type $q^x \geq b$ (ou $q^x \leq b$) et $\log x \geq b$ (ou $\log x \leq b$).	

Objectifs du programme niveau Terminale : (*groupements A et B*)

Capacités	Connaissances	Commentaires
Résoudre des équations du type $e^{ax} = b$ et des inéquations du type $e^{ax} \geq b$ (ou $e^{ax} \leq b$).	Processus de résolution d'équations du type $e^{ax} = b$ et d'inéquations du type $e^{ax} \geq b$ (ou $e^{ax} \leq b$).	
Résoudre des équations du type $\ln(ax) = b$ (avec $a > 0$) et des inéquations du type $\ln(ax) \geq b$ (ou $\ln(ax) \leq b$) (avec $a > 0$).	Processus de résolution d'équations du type $\ln(ax) = b$ (avec $a > 0$) et des inéquations du type $\ln(ax) \geq b$ ou du type $\ln(ax) \leq b$ (avec $a > 0$).	

Prolongement pour les classes de terminale : mise en équation et résolution avec logarithme.

- 1) Nature de la suite
- 2) Terme général de la suite
- 3) Résolution de l'inéquation

Pré-requis niveau Première

- Calcul de pourcentages
- Utilisation du tableur

Groupe Lycée Professionnel IREM d'Aquitaine

Pré-requis niveau Terminale

- Suites géométriques

Procédures possibles :

Calcul terme à terme des termes de la suite géométrique :

- utilisation de la calculatrice uniquement en mode calcul ;
- utilisation de la calculatrice en mode TABLE ou utilisation d'un tableur sur ordinateur.

Prolongement : résolution d'équation du type $q^n = a$:

- à l'aide de la fonction logarithme décimal pour le groupement C ;
- à l'aide de la fonction logarithme décimal ou népérien pour les groupements A et B.

Différenciation envisagée :

- fiche outil tableur
- fiche outil calculatrice
- fiche formulaire suites arithmétiques et géométriques
- fiche méthode équation du type $q^n=a$ ou vidéo

Exemple d'aide à proposer :

Un placement à un taux d'intérêt de 2,5 % l'an signifie qu'en un an, 100 € placés rapportent 2,50 €.

Modalités possibles :

Nous vous proposons deux scénarii pédagogiques.

Scénario n°1 : classe partagée en deux groupes

- un groupe sans tableur
- l'autre groupe avec tableur

Phase de mise en commun :

Niveau Première	Niveau Terminale
Travail sur l'expression littérale de la relation entre deux termes consécutifs. Faire calculer A_n à chaque rang dans une autre colonne avec la formule et comparer avec les termes calculés.	Travail sur l'expression littérale de la formule de rang n . Ecrire une relation permettant de trouver la valeur acquise au bout de 10 ans en fonction du rang n et du capital placé A_1 . Résolution en utilisant la fonction logarithme.

Synthèse de l'activité :

On modélise la situation par la suite géométrique (A_n) définie par $A_1 = 4\,000$ et $q = 1,025$.

Résolution mathématique de l'activité (au niveau Terminale)

En utilisant la suite géométrique :
$$\begin{cases} A_1 = 4\,000 \\ A_n = 4\,000 \times 1,025^{n-1} \end{cases}$$

La solution mathématique est donc la solution de l'inéquation : $4\,000 \times 1,025^{n-1} > 5\,000$, $1,025^{n-1} > 1,25$ soit $(n-1) \log(1,025) > \log(1,25)$; $n-1 > 9,03$. D'où $n > 10,03$.

La valeur acquise sera donc supérieure à 5 000 à partir du 11^{ème} terme de la suite.

Xavier pourra acheter sa moto à partir de la fin de la 10^{ème} année.

Synthèse

Niveau Première	Niveau Terminale (groupement C)	Niveau Terminale (groupements A et B)
Définition d'une suite géométrique. $u_{n+1} = q \times u_n$ ($q > 0$) et la donnée du premier terme.	Processus de résolution d'équations du type $q^x = a$ et $\log x = a$ et des inéquations du type $q^x \geq b$ (ou $q^x \leq b$) et $\log x \geq b$ (ou $\log x \leq b$).	Processus de résolution d'équations du type $e^{ax} = b$ et d'inéquations du type $e^{ax} \geq b$ (ou $e^{ax} \leq b$).

Scénario n°2 :

Déroulement	Rôle de l'enseignant	Tâche de l'élève	Organisation	Moyen	Durée	Compétences développées	Difficultés envisagées et dispositifs mis en place
Introduction	Appel Présentation du déroulement du cours Distribution des documents	Installation Répartition des rôles	Par 3, 4 ou 5	Fiche de groupe	5'	Travail en équipe	Formation des groupes Imposer les groupes si trop long à se décider ou mécontente
Activité	Mise en place de la phase individuelle L'enseignant passe dans les rangs	Chaque élève lit individuellement le texte, relève les informations utiles et commence à chercher.		Fiche outil calculatrice Fiche outil tableur Formulaire suites arithmétiques et géométriques Fiche méthode équation du type $q^n = a$ ou vidéo	5'	Extraire l'information S'approprier	Vocabulaire, difficulté de lecture, difficulté de compréhension (français)
	Phase en groupe L'enseignant circule dans la classe.	Travail de recherche en groupes.			15'	S'écouter, argumenter, communiquer Réaliser	
Réponse à la problématique	Mise en commun avec la classe : comparaison des résultats L'enseignant gère la prise de parole	Un représentant par groupe explique la démarche choisie par le groupe. Les élèves écoutent, posent des questions.			15'	Communiquer Valider	Mise en équation : $n^{\text{ème}}$ terme en fonction de u_1
Synthèse		Copie : $n^{\text{ème}}$ terme en fonction de u_1			5'		
Conclusion	Bilan : qu'a-t-on fait aujourd'hui ? Présentation du cours suivant	Réponse			5'		

Compétences	Capacités	Attendus de l'évaluation	Appréciation du niveau d'acquisition		
			C	PC	NC
S'approprier	Rechercher, extraire et organiser l'information.	1) Reformuler la situation.			
		2) Repérer les informations utiles dans une			
		3) Organiser l'information : PC : remplir un tableau ; C : proposer un tableau ou autre pour écrire les résultats			
Analyser Raisonnement	Émettre une conjecture, une hypothèse. Proposer une méthode de résolution, un protocole expérimental.	1) Émettre une conjecture, une hypothèse : C'est une suite géométrique			
		2) Proposer une démarche de résolution - Proposer des étapes de résolution : Etape 1 : nature de la suite ; Etape 2 : choix de la résolution Choix 1 : terme à terme à partir de la formule ; Choix 2 : terme à terme avec TIC Choix 3 : fonction log PC : avec aide ; C : tout seul			
Réaliser	Choisir une méthode de résolution, un protocole expérimental. Exécuter une méthode de résolution, expérimenter, simuler.	Suite géométrique : PC : avec aide ; C : tout seul (avec ou sans formulaire)			
		Tableur : PC : avec aide prof ou avec aide fiche outil ; C : tout seul			
		Log : PC : avec aide prof ou avec aide fiche outil ; C : tout seul			
Valider	Contrôler la vraisemblance d'une conjecture, d'une hypothèse. Critiquer un résultat, argumenter.	1) Contrôler la vraisemblance d'une conjecture, d'une hypothèse.			
		2) Argumenter : interprétation des résultats			
Communiquer	Rendre compte d'une démarche, d'un résultat, à l'oral ou à l'écrit.	1) Décrire la démarche : PC : avec les aides ; C : à l'oral ou à l'écrit			
		2) Répondre à la problématique : PC : Compléter la conclusion du prof C : donne oralement sa propre conclusion de manière compréhensible Ou écrit sa propre conclusion de manière compréhensible			
	NOM :		/ 10		

C : réponse Conforme aux attendus ; PC : Partiellement Conforme ; NC : Non Conforme.