

ERRATUM

pages 113 et 114

I. Prolongements possibles

1. Vers la propriété de l'effet de l'agrandissement ou de la réduction sur les aires

Comme ils ont toutes les dimensions des trois triangles, les élèves peuvent calculer leurs aires et leurs périmètres. Ils ont parlé d'agrandissement et de réduction, il est donc naturel de chercher les coefficients correspondants.

Le professeur demande aux élèves de calculer les coefficients de réduction :

du grand au moyen : $14,4/18 = 0,8$;

du moyen au petit : $10,8/14,4 = 0,75$;

du grand au petit : $10,8/18 = 0,6$.

Puis il demande : « calculer les périmètres et les aires des trois triangles. »

Les élèves calculent les périmètres et aires du grand triangle :

périmètre : $13,5 \text{ cm} + 18 \text{ cm} + 22,5 \text{ cm} = 54 \text{ cm}$

aire : $18 \text{ cm} \times 13,5 \text{ cm} \div 2 = 121,5 \text{ cm}^2$

Puis certains pensent qu'il suffit de multiplier le périmètre et l'aire par le coefficient de réduction pour répondre.

Ils trouvent ainsi :

aire du petit triangle : $121,5 \text{ cm}^2 \times 0,6 = 72,9 \text{ cm}^2$

aire du triangle moyen : $121,5 \text{ cm}^2 \times 0,8 = 97,2 \text{ cm}^2$.

D'autres calculent à partir des dimensions des trois triangles.

Petit triangle :

périmètre : $13,5 \text{ cm} + 8,1 \text{ cm} + 10,8 \text{ cm} = 32,4 \text{ cm}$

aire : $8,1 \text{ cm} \times 10,8 \text{ cm} \div 2 = 43,74 \text{ cm}^2$

Triangle moyen :

périmètre : $10,8 \text{ cm} + 14,4 \text{ cm} + 18 \text{ cm} = 43,2 \text{ cm}$

$$\text{aire} : 10,8 \text{ cm} \times 14,4 \text{ cm} \div 2 = 77,76 \text{ cm}^2$$

Les élèves sont étonnés des résultats sur l'aire. Ils constatent que l'aire n'est pas multipliée par le coefficient de réduction comme ils l'avaient prévu. Ils cherchent donc à savoir par quel nombre elle a été multipliée. Ils trouvent 0,36 et 0,64. Certains font très vite le lien avec $0,6^2$ et $0,8^2$.

Le professeur peut alors faire les calculs suivants pour leur montrer pourquoi le coefficient est au carré dans le calcul de l'aire et pas dans celui du périmètre.

Périmètre :

$$\begin{aligned} & (22,5 \text{ cm} \times 0,6) + (18 \text{ cm} \times 0,6) + (13,5 \text{ cm} \times 0,6) \\ &= (22,5 \text{ cm} + 18 \text{ cm} + 13,5 \text{ cm}) \times 0,6 \\ &= 54 \text{ cm} \times 0,6 \\ &= 32,4 \text{ cm} \end{aligned}$$

Aire :

$$\begin{aligned} & (18 \text{ cm} \times 0,6) \times (13,5 \text{ cm} \times 0,6) \div 2 \\ &= (18 \text{ cm} \times 13,5 \text{ cm}) \div 2 \times (0,6 \times 0,6) \\ &= 121,5 \text{ cm}^2 \times 0,36 \\ &= 43,74 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Bilan

Dans un agrandissement ou une réduction de coefficient k , le périmètre de la figure agrandie ou réduite est multiplié par le coefficient de réduction k , et l'aire est multipliée par ce coefficient au carré, k^2 .

2. Exercice (d'après PISA)

Est-ce que cela revient au même si on achète une pizza ronde de 40 cm de diamètre à 20 euros ou deux pizzas de 20 cm de diamètre chacune à 10 euros chacune ?